

Glücksspiele und Statistik

Dr. Arnold Schwarz, Bern

Auf *Pascals* Schreibtisch stand eine Roulette. Den Anstoss zur Entwicklung der Wahrscheinlichkeitstheorie haben die Glücksspiele gegeben ¹. Doch dass diese auch heute noch für die Statistik wichtig sind, hat *Arthur Linder* ² erst neulich betont. Es scheint ihm «bemerkenswert, dass ein Verfahren, für welches die Spieler seit Jahrhunderten in Form von Glücksspielen immer neue Formen erfanden, erst seit wenigen Jahren in seiner Bedeutung für die einwandfreie Durchführung wissenschaftlicher Versuche erkannt wurde».

Deswegen darf man aber nicht glauben, dass die Statistiker von heute, die Stichproben rein zufällig aussuchen, die wissenschaftliche Versuche rein zufällig anordnen und die in ihren Testverfahren beobachtete Verteilungen mit rein zufälligen Verteilungen vergleichen, etwa mit Würfeln spielen. Sie ziehen auch nicht Karten aus einem Haufen oder Marmel aus einer Urne. Sie werfen nicht Münzen in die Luft. Diese Glücksspiele erfordern, um richtige Auskunft über den Zufall zu geben, ausgedehnte Versuchsserien. Die Statistiker bedienen sich daher heute zur zufälligen Anordnung ihrer wissenschaftlichen Versuche der sogenannten «zufällig angeordneten Zahlen», die ähnlich wie Glücksspielergebnisse, nur systematischer gewonnen wurden und aussehen wie die Ziehungslisten der Lotterien. Von *Tippett* ³ und von *R. A. Fisher and Yates* ⁴ herausgegeben, finden sie sich im Auszug in den meisten neueren statistischen Lehrbüchern. Man braucht ihnen nicht blindlings zu vertrauen. Wie die eigentlichen Glücksspiele wurden sie eingehenden Überprüfungen ⁵, u. a. der *Pearsonschen* Momentenmethode unterworfen. Die Ergebnisse waren durchaus befriedigend.

Die Verfasser früherer Lehrbücher der Statistik haben seit *Quetelets* «Lettres sur la théorie des probabilités» (1846, S. 374) Glücksspiele aller Art durchgeführt, um die Sätze der Wahrscheinlichkeitslehre, wie sie sagen, zu «verifizieren». Noch *Yule* ⁶ empfiehlt den Studenten angelegentlichst, selbst einige solche Versuche

¹ *H. H. Wolfenden*, The Fundamental Principles of Mathematical Statistics. Toronto 1942. S. 181.

² *Arthur Linder*, Grundsätze für das Planen von Versuchen. Vortrag vom 22. September 1953 im Paul-Ehrlich-Institut, in Heft 51 der Arbeiten dieses Instituts. Stuttgart 1954.

³ *H. C. Tippett*, Tracts for Computers, ed. by *Karl Pearson*, No. 15. London 1927.

⁴ Statistical Tables for biological, agricultural and medical Research. 3rd ed. Edinburgh 1948.

⁵ *L. V. Furlan*, Das Harmoniegesetz der Statistik. Basel 1946. S. 264.

⁶ *G. U. Yule*, An Introduction to the Theory of Statistics. 8. Aufl. London 1927. S. 258.

anzustellen, «um Zuversicht in den Gebrauch der Theorie zu gewinnen». Doch sind das im Grunde unnötige Bemühungen. So wenig wie ein Geometer den Satz von der Winkelsumme im Dreieck durch Nachmessen mit einem Theodoliten im Triangulationsnetz «beweisen» wird, so wenig bedarf der Wahrscheinlichkeitstheoretiker des Nachweises seiner Sätze durch Glücksspiele¹. Im Gegenteil: der Statistiker kann die Theoreme der Wahrscheinlichkeitslehre benützen, um die Unzulänglichkeit gewisser Glücksspiele darzutun. In letzter Zeit haben sich solche Nachweise gehäuft. «Alle Würfel sind falsch», behauptete schon *Galiani*, und die Überprüfung der ungeheuer ausgedehnten Würfelversuche von *Weldon* und *Wolf* durch *R. A. Fisher*² und *A. Linder*³ scheint ihm recht zu geben.

Wohl die systematisch einwandfreiesten Glücksspielversuche hat *J. E. Kerrich*⁴ in einem Interniertenlager in Dänemark im Jahr 1941 durchgeführt und 1945 kommentiert. Er hat das Kopf- und Wappenspiel mit einer gewöhnlichen Münze 10 000mal und mit einem einseitig beschwerten Holzscheibchen 1000mal, ferner Urnenziehungen mit vier Ping-Pong-Bällen 5000mal vorgenommen. Er wollte vor allem beweisen, dass die relativen Häufigkeiten zufälliger, voneinander unabhängiger Ereignisse einem Grenzwert zustreben. Dies trat bei seinen Experimenten schon nach etwa 200–500 Versuchen ein. Die Münzversuche ergaben eine Wahrscheinlichkeit von 0,507 für Kopf, die Urnenversuche eine nicht so gute Annäherung an die Theorie. Die Behauptung *Kerrichs*⁵, es sei eine unbeweisbare Hypothese, dass sich bei Fortsetzung der Versuche die Wahrscheinlichkeit p einem theoretischen Grenzwert nähere, ist freilich im Hinblick auf den Beweis *Jakob Bernoullis*⁶ nicht haltbar. Das Buch von *Kerrich* ist hauptsächlich aus didaktischen Gründen höchst wertvoll.

Ähnliche Untersuchungen wie die der Experimente mit Würfeln und Münzen liessen sich auch bei einem der verbreitetsten Glücksspiele, der *Roulette*, vornehmen. Ist diese ein einwandfreies Glücksspiel? Die Frage ist von praktischer Bedeutung selbst in der Schweiz, in der sie verboten ist, denn die Schweizer brauchen nur wenige Schritte über die Grenze zu tun, um zu einer Roulette zu gelangen. Und sie tun diese Schritte auch häufig. Die volkswirtschaftliche Wirkung der Roulette wird freilich oft überschätzt. Ein Spielkasino vernichtet keine Werte, es sorgt nur dafür, dass sie den Besitzer wechseln. Die Provision, die es dafür beansprucht, ist mit 1,35 Prozent bescheiden. Offizielle Lotterien behalten oft 40 Prozent der gespielten Summen zurück. Immerhin sind die Umsätze der Roulettebetriebe beträchtlich. Zahlen darüber werden zwar keine veröffentlicht,

¹ *E. Borel*, *Le Hasard*. Paris 1928. S. 56: «La théorie des probabilités n'a plus besoin des jeux de hasard.»

² *R. A. Fisher*, *Statistical Methods for Research Workers*. 9. Aufl. Edinburgh 1944. S. 64.

³ *A. Linder*, *Statistische Methoden für Naturwissenschaftler, Mediziner und Ingenieure*. Basel 1945. S. 46, 55 und 75.

⁴ *J. E. Kerrich*, *An Experimental Introduction to the Theory of Probabilities*. 2. Aufl. Amsterdam 1950.

⁵ *J. E. Kerrich*, loc. cit., S. 26.

⁶ In moderner Schreibweise wiedergegeben von *I. V. Uspensky*, *Introduction to Mathematical Probability*. New York 1937. S. 96; ferner bei *H. Poincaré*, *Calcul des Probabilités*. Paris 1912. S. 78.

doch lässt sich ein Anhaltspunkt folgendermassen gewinnen. Der Bruttogewinn des Konstanzer Kasinos wird für 1952 mit anderthalb Millionen Mark angegeben¹. Da der Anteil der Bank 1,35 % der gespielten Summen beträgt, lässt sich der Jahresumsatz des Konstanzer Roulettebetriebes auf etwa 110 Millionen Mark schätzen. Wieviel davon auf Schweizer Besucher entfällt, lässt sich natürlich nicht sagen, doch ist den Konstanzern der Zutritt zum Kasino verboten. Dass die Schweizer ihre Verluste im Ausland lassen und ihre Gewinne nicht hereinnehmen dürfen, gehört in ein anderes Kapitel.

Über die Roulette sind in der Literatur² wie unter den Spielern und im Publikum so viele Märchen verbreitet, dass es kaum der Mühe lohnt, sie richtigzustellen. Doch könnten enorme Verluste der Spieler vermieden werden, wenn diese etwas besser orientiert würden. Sie *wollen* spielen, und sie *werden* spielen, aber sie sollten nicht die unsinnigsten Systeme benützen.

Die Roulette ist ein raffiniert gebauter Zufallsapparat, der die Kontrolle des Spiels durch alle Spieler gestattet und Begünstigungen durch die Croupiers sehr erschwert oder überhaupt verunmöglicht. Im höchsten Eigeninteresse der Bank liegt ein richtiges Aufstellen des Kreisels³, über dessen rotierende Oberfläche in der Gegenrichtung die Kugel geworfen wird. Der Rand des Kreisels besitzt 37 gleichgrosse Taschen, die beziffert und abwechselnd mit Rot und Schwarz bemalt sind. In einer dieser Taschen kommt die Kugel bei jedem «coup» zur Ruhe.

Den keineswegs selbstverständlichen mathematischen Beweis, dass die Wahrscheinlichkeiten für Rot und Schwarz bei der Roulette ohne Zero je $\frac{1}{2}$ betragen, hat *Henri Poincaré*⁴ geliefert. Dagegen fehlte bisher – wenigstens in der Literatur – der weitere Nachweis, dass es der Technik gelungen sei, Rouletteapparate zu bauen, die den Ansprüchen der Theorie auch in praxi genügen. *Karl Pearson*⁵ hat das auf Grund von 24 000 Beobachtungen an der Roulette von Monte Carlo bestritten. Er fand, dass wohl die Folge der geraden und ungeraden Zahlen, aber nicht die Intermissionen und die Aufeinanderfolge der Farben den Erwartungen der Theorie entsprächen. *Karl Marbe*⁶ kam zu demselben negativen Ergebnis. Er untersuchte zunächst das in der Literatur vorhandene statistische Material über die Roulette und fand es ungenügend und fehlerhaft. Um seine Thesen über die Mängel der Wahrscheinlichkeitstheorie zu stützen, verarbeitete er ein ungeheures Material, 502 940 Beobachtungen an der Roulette, erschienen in der *Baden-Badener Spielbankzeitung* von 1934–1936. Doch benützte er nicht die Kriterien der englischen Statistiker zur Überprüfung, und so kam es, dass seine

¹ *H. Otto*, Nichts geht mehr. «Schweizer Spiegel». Jan. 1954, Zürich. S. 9.

² Die Provision der Bank wird meist mit 2,7% statt mit 1,35% angegeben, in der oben zitierten Reportage des «Schweizer Spiegel» mit $\frac{1}{4}$ %, woraus der Verfasser ableitet, dass der Anteil der Bank in 30 Spielen auf $7\frac{1}{2}$ % steige!

³ Da sich die horizontal gelagerte Spielfläche stets unter der rollenden Kugel wegdreht, sind Unregelmässigkeiten auf ein Minimum reduziert. Die Roulette wurde von *Pascal* eingeführt, um den vielen Betrügereien mit gezinkten Karten und beschwerten Würfeln ein Ende zu machen.

⁴ Wiedergegeben bei *Fréchet et Halbwachs*, Le calcul des probabilités. Paris 1924. S. 63.

⁵ *Karl Pearson* in «Fortnightly Review», Februar 1894, nach *H. C. Levinson*, The Science of Chance. 3rd ed. New York 1952. S. 161.

⁶ *Karl Marbe*, Das Ausgleichsprinzip in der Statistik. München 1938. S. 115.

Tabellen gerade das einwandfrei beweisen, was er bestritt. Sein wertvolles Material wurde in der englischen Literatur gar nicht beachtet.

Die theoretischen Zahlen errechnen sich wie folgt: die Wahrscheinlichkeit, dass Schwarz erscheint, ist genau $\frac{1}{2}$, sofern man das Zero ausser acht lässt, wie das nach dem Vorgehen *Karl Pearsons* auch *Marbe* in diesen Zusammenstellungen getan hat. Dass Schwarz zweimal nacheinander erscheint, dafür ist die

Tabelle 1

Nacheinander die gleiche Farbe	theoretisch berechnet	wirklich beobachtet	Nacheinander die gleiche Farbe	theoretisch berechnet	wirklich beobachtet
2mal	196 607	196 683	12mal	192	205
3mal	98 303	98 157	13mal	96	110
4mal	49 152	48 981	14mal	48	54
5mal	24 576	24 339	15mal	24	22
6mal	12 288	12 052	16mal	12	9
7mal	6 144	6 008	17mal	6	4
8mal	3 071	3 015	18mal	3	2
9mal	1 536	1 544	19mal	1,5	—
10mal	768	764	20mal	0,7	—
11mal	384	393			

Wahrscheinlichkeit nach dem Multiplikationssatz $\frac{1}{2} \times \frac{1}{2}$ oder ein Viertel; dass Schwarz dreimal nacheinander erfolgt, $\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2}$ oder ein Achtel usw. Vergleicht man diese von *Marbe* berechneten theoretischen Zahlen mit den von ihm beobachteten wirklichen Zahlen (Tab. 1), so ist die Übereinstimmung schon auf den ersten Blick auffallend gut.

Marbe bestreitet dies, weil in den untersten Klassen die Differenzen 1 bis 3 Einheiten, also bis zu 100 % (!) betragen! Nach den Überprüfungsmethoden der modernen Statistik muss man aber die Randklassen zusammenziehen, um die Chiquadratmethode zu verwenden. Die Differenzen zwischen theoretischen und beobachteten Werten werden bekanntlich quadriert und jeweils durch den theoretischen Wert dividiert, die so erhaltenen Posten addiert und für diese Chiquadratsumme, die hier nur 13,1 erreicht, in der *Eldertonschen* Tafel die Wahrscheinlichkeit mit 0,4 ermittelt. Die Übereinstimmung der theoretischen mit den tatsächlichen Werten ist daher ausgezeichnet. *Marbe* behauptet ferner, dass die relative Häufigkeit der Schwarzergebnisse, die bei seinen 502 940 beobachteten Roulettespielen 0,50099 beträgt, also sich mit dem theoretischen Wert 0,5 fast völlig deckt, bei Unterteilung des Materials für je 45 Spieltage zu grosse Schwankungen aufweise, was angeblich aus der Tabelle 2 hervorgehe¹. Doch auch hier lässt sich mit Hilfe der von *Kendall*² verfeinerten Berechnungsweise des *Lexisschen*

¹ *Karl Marbe*, loc. cit., S. 61.

² *M.G. Kendall*, The advanced Theory of Statistics. Bd. II. London 1946. S. 119.

Tabelle 2

Roulettespiele an je 45 Spieltagen	Relative Häufigkeit von Schwarz	Roulettespiele an je 45 Spieltagen	Relative Häufigkeit von Schwarz
25 858	0,49261	24 100	0,50224
26 365	0,50112	22 998	0,50022
31 864	0,49736	26 558	0,49710
26 598	0,50196	32 535	0,50367
26 972	0,50141	32 084	0,50458
23 397	0,50724	37 166	0,50170
26 825	0,49737	33 548	0,49937
27 394	0,50193	31 068	0,50274
21 960	0,50305		
25 650	0,50238	502 940	0,50099

Dispersionskoeffizienten nachweisen, dass sich die Schwankungen der relativen Häufigkeiten (siehe Tab. 2) völlig innerhalb der Zufallsgrenzen bewegen. Als Dispersionskoeffizient ergibt sich nämlich 1,07, gegenüber einem theoretischen Wert von 1,00, also eine ausgezeichnete Annäherung.

Eine halbe Million Spiele sind eine sehr grosse Stichprobe, und man kann daher wohl annehmen, dass die Roulettespiele auch in anderen Spielkasinos als in Baden-Baden ähnlich verlaufen, d. h. dieselben relativen Häufigkeiten innerhalb der Zufallsgrenzen aufweisen werden, um so mehr, als es im Interesse der Spielbanken liegt, dafür zu sorgen, dass dem so ist. Abweichungen der Häufigkeiten von Rot oder Schwarz von $\frac{1}{2}$ würden auch die Häufigkeit des Zero und damit die Gewinne der Bank beeinflussen.

Aus der Erkenntnis, die wir gewonnen haben, dass das Roulettespiel ein theoretisch wie praktisch einwandfreies Glücksspiel ist, ergeben sich einige wichtige Schlussfolgerungen, vor allem die, dass ein systematisches Spiel an der Roulette auf die Dauer nicht gewinnreich sein kann. Zum Wesen eines Glücksspiels gehört die Systemlosigkeit¹. Dennoch ist das Systemspiel an der Roulette ausserordentlich verbreitet, ja es hat das intuitive Spiel fast ganz verdrängt².

Sind die Roulettespielsysteme also alle falsch? Täuschen sich die Spieler alle andauernd? Es wäre voreilig, das zu behaupten. Es gibt Systeme, wie wir sehen werden, die auf längere Zeit mit grosser Wahrscheinlichkeit Gewinne abwerfen. Es gibt sogar, nach *Levinson*³, Syndikate in Monte Carlo, die das grosse Spiel dort finanzieren.

Zunächst aber einige Beispiele verbreiteter falscher Überlegungen über systematisches Spielen an der Roulette:

Erste irrtümliche Meinung: die Abwechslung des Spiels verbessere die Spielchancen. Am Spieltisch einer Roulette kann man auf die verschiedenste Weise

¹ R.v. Mises, *Wahrscheinlichkeit, Statistik und Wahrheit*. Leipzig 1931.

² Die rollende Kugel, «Frankfurter Allgemeine», 18. Juli 1953.

³ H. C. Levinson, loc. cit., S. 68.

setzen. Doch ist es ein Irrtum, zu glauben, dass man damit seine Chancen verändert. Die folgende Übersicht für die Baden-Badener Spielbanken zeigt, dass die mathematische Erwartung infolge der abgestuften Gewinne überall genau dieselbe, und zwar 0,973 ist. Das heisst: für jede gesetzte Mark erhält man bei andauerndem Spiel 97,3 Pfennige zurück. Nur die «*einfachen Chancen*» haben eine höhere mathematische Erwartung. Bei Rot-Schwarz, Gerade und Ungerade,

Tabelle 3

Art des Spiels (beigefügt der Maximalsatz in Baden-Baden in M)	Wahrscheinlichkeit des Eintreffens	Gewinn inklusive Einsatz	Mathematische Erwartung
Plein (70)	$\frac{1}{37} \times$	36 =	0,973
à Cheval (140)	$\frac{2}{37} \times$	18 =	0,973
Transversale pleine (220)	$\frac{3}{37} \times$	12 =	0,973
Carré (300)	$\frac{4}{37} \times$	9 =	0,973
Transversale simple (480)	$\frac{6}{37} \times$	6 =	0,973
Kolonne zu 12 Nr. (1200)	$\frac{12}{37} \times$	3 =	0,973
Einfache Chancen (Rot oder Schwarz, Gerade oder Ungerade, Passe oder Manque, 2400) .	$\frac{18,2484}{37} \times$	2 =	0,9865

Passe und Manque dürfen nämlich die Einsätze, wenn Zero fällt, zur Hälfte zurückgezogen werden. Das sogenannte Prisonsystem in Monte Carlo führt zum gleichen Ergebnis. Daher setzen die Systemspieler fast ausnahmslos auf einfache Chancen, da dann ihr Tribut an die Bank nicht 2,70 %, sondern nur 1,35 % beträgt. Das Gesagte gilt nur für die bekannten europäischen Spielkasinos. In den Vereinigten Staaten gibt es Roulettes mit zwei und sogar drei Zeros ¹.

Zweite irrtümliche Meinung: das Roulettespiel weise grosse periodische Schwankungen auf, deren Beobachtung und Ausnützung Gewinne verbürge. In Wahrheit ist das Roulettespiel sehr monoton. Es ist ebenso schwierig, an der Roulette zu gewinnen wie zu verlieren, wenigstens beim gewöhnlichen Spiel ohne progressive Einsätze. Die Schwankungen fallen in enge Grenzen. Um ein Beispiel zu geben: das Kopf-Wappen-Spiel ist ein ideales Roulettespiel, weil es kein Zero kennt. Die folgende Tabelle für 2000 Spiele beruht auf den Angaben *Kerrichs* ².

Tabelle 4

Auf je 100 Spiele erschien Kopf:			
44	57	40	54
55	56	54	56
51	46	52	53
49	45	54	47
57	44	52	47

¹ H. C. Levinson, loc. cit., S. 157. In Deutschland gibt es 8, in Frankreich 20 Spielkasinos mit Roulettes.

² J. E. Kerrich, loc. cit., S. 12.

Werden diese Einzelangaben mit der Chiquadratmethode untersucht, d. h. die Abweichungen vom theoretischen Wert (50) quadriert und durch diesen dividiert, so erhält man eine Chiquadratsumme von 9,86, annähernd 10, für die die Wahrscheinlichkeit nach *Eldertons* Tafel 0,93 ist. Somit liegt ein vollkommenes Zufallsspiel mit normalen Abweichungen vor. Theoretisch lässt sich die Streuung bei Stichproben von je 100 Spielen und einer Wahrscheinlichkeit von $\frac{1}{2}$ mit $\sigma^2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot 100$ berechnen; σ ist daher 5. In 95 % aller Stichproben von 100 Spielen werden die Abweichungen vom Durchschnitt nicht mehr als $\pm 1,96$ mal σ oder rund ± 10 betragen. In der Tat liegen die Werte der obigen Tabelle zwischen 40 und 57. Hätte man jeweils Fr. 10 auf Kopf gesetzt, so hätte man in den 2000 Spielen im ganzen Fr. 510 gewonnen und Fr. 380 verloren, also insgesamt nur Fr. 130 gewonnen.

Setzt man an der Roulette immer Fr. 10 auf Schwarz oder Rot, so wird man daher in 95 % der Spiele zu je 100 Coups keine grösseren Gewinne oder Verluste auf die Fr. 1000 Einsatz als jeweils höchstens Fr. 100 erzielen, die sich gegenseitig ausgleichen; dazu kommen die Verluste von durchschnittlich Fr. 13.50 infolge der Zero für je 100 Spiele zu Fr. 10.

Je länger man spielt, in desto engere relative Grenzen fallen die Gewinne und Verluste. Die wirklich vorgekommenen Spiele an der Roulette von Baden-Baden bestätigen diese theoretische Auffassung. Das tatsächliche Vorkommen von Schwarz an je 45 Spieltagen lässt sich aus Tabelle 2 durch Multiplizieren der beiden Kolonnen leicht errechnen, ebenso die überraschend geringen Schwankungen bei durchschnittlich 27 190 Coups.

Die primitive Empfehlung an die Spieler, beim Gewinnen aufzuhören, ist allein schon deswegen nicht durchführbar, weil in der Regel bereits entsprechende Verluste vorangegangen sind. Die Spielerkönige, die immer gewinnen, sind sagenhafte Figuren. Von *Thomas Garcia* haben sich in Homburger Archiven die täglichen Gewinn- und Verlustsummen erhalten¹, die sich gegenseitig nahezu kompensieren, bis dann durch Aufheben der Höchstgrenze der Einsätze seine Millionengewinne eintraten, die er im folgenden Jahr restlos wieder verlor. Die Spielkasinos schliessen auch glückliche Spieler, welche die «Bank sprengen» – man kann sie nicht sprengen, denn sie spielt ja mit dem Kapital ihrer Besucher –, nicht aus den Spielsälen aus. Sie fürchten nicht die Spieler, sondern die Nichtspieler.

Dritte irrtümliche Meinung: wenn öfters Rot erschienen ist, sei die Wahrscheinlichkeit grösser, dass beim nächsten Coup Schwarz erscheint. Dieser Irrtum ist die Grundlage unzähliger Spielsysteme und wird sogar bisweilen von Statistikern vertreten. Es ist aber klar, dass noch so viele Rot nacheinander kein

¹ Veröffentlicht von *Corti* in seiner Biographie *Blancs*, des Begründers der meisten Roulettebetriebe. Vom 24. August bis 12. September 1860 gewann *Garcia* 646 000 Fr. und verlor 513 000 Fr.; 1861 verlor er in Homburg bis auf 15 000 Fr. alles, gewann in Wiesbaden 2 Millionen und verlor in Homburg 1862 alles. Graf *Kortikoff* begann 1921 als reicher Mann zu spielen und starb 1949 als reicher Mann. Er setzte nicht hoch, stets auf einfache Chancen. Nach *K. Kraus* und *G. Basner*, Das Buch der Glücksspiele. Bonn 1952. S. 123.

Schwarz nach sich ziehen können. Die Wahrscheinlichkeit für Rot oder Schwarz ist nach jedem Coup immer $\frac{1}{2}$. Scheinbar steht dem die Erfahrung der Spieler und die Ergebnisse der Tabelle 1 entgegen. Nacheinander die gleiche Farbe kommt nachweislich weniger oft vor als abwechselnd Rot und Schwarz. Wenn ein dutzendmal nacheinander Rot erschien, ist natürlich die Wahrscheinlichkeit, dass die nächste Serie von zwölf Coups eine normale Serie von ungefähr 6 Rot und 6 Schwarz sein wird, grösser als die Wahrscheinlichkeit, dass wieder eine Serie von 12 Rot erscheinen wird. Aber die Serie mit ungefähr 6 Rot und 6 Schwarz kann ebensogut mit Rot wie mit Schwarz *beginnen*, die Wahrscheinlichkeit für Rot ist also auch nach 12 Rot ebenso gross wie die Wahrscheinlichkeit für Schwarz ¹.

Vierte irrtümliche Meinung: die Spielergebnisse zeigten eine gewisse Beharrungstendenz oder einen Rhythmus. Wenn öfters Rot gefallen ist, werde auch weiterhin Rot bevorzugt ². Dieser Irrtum ist dem vorerwähnten genau entgegengesetzt. Die Regelmässigkeit im ganzen ist zwar an der Roulette auffallend, aber die Unregelmässigkeiten im einzelnen sind an keine Periodizitäten gebunden. Einseitige Abweichungen vom Durchschnitt kämen nur bei Fehlern im Funktionieren der Rouletteapparate vor, deren Aufstellung täglich kontrolliert wird.

Fünfte irrtümliche Meinung: wenn möglichst viele Nummern vom Spieler besetzt werden, wachse die Aussicht für ihn, einen Treffer zu erzielen. So empfiehlt *Marbe* ³, auf jede Nummer, ausser auf Zero und 36, jedesmal je 2 M zu setzen, was 70 M Einsatz für jedes Spiel erfordert. Die Wahrscheinlichkeit, zu gewinnen, ist gross, nämlich $\frac{35}{37}$, die gewinnende Nummer erzielt den 36fachen Einsatz oder 72 M, der Gewinn ist 2 M. Doch der Spieler verliert durchschnittlich in jedem $\frac{37}{2}$ ten Spiel, bei Erscheinen von 0 oder 36, seinen ganzen Einsatz von 70 M gegenüber den 34 M, die er bei den dazwischenliegenden 17 Spielen erzielte. Das ist eines der vielen Spielsysteme, die nur auf dem Papier bestehen. Das von *Anton Munsch* in seinem Buch «Die Sensation von Monte Carlo» (1905) angepriesene Spielsystem beruht auf demselben falschen Grundsatz ⁴.

Am Schluss sind noch die vielen, auf reinem *Zahlenaberglauben* beruhenden Spielsysteme kurz zu erwähnen: «La Perdante» – immer auf die beim letzten Coup verlorene Chance zu setzen; «L'avant-dernière» – das Spielen auf die vorletzte gewinnende Nummer; «La Sautieuse» – das Wechseln von einer Farbe zur andern oder von Gerade zu Ungerade; die «Kesselspiele» – das Setzen auf benachbarte Zahlen, wofür die Banken besondere Tabellen ausfolgen; die «Final-

¹ «Die Roulette hat kein Gedächtnis und kein Bewusstsein», sagte *Bertrand* mit Recht. Doch sie handelt so, als ob sie beides hätte, wie aus Tabelle 1 hervorgeht. Deshalb ist *Bertrands* Satz kein überzeugendes Argument. Die Roulette ist ein Binomialapparat, bei dem sich die selteneren Kombinationen zwangsläufig selten ereignen, aber an keine Reihenfolge gebunden sind. Einen ausführlichen Beweis dafür in meinem Buch «Zahlen beweisen». Zürich 1954. S. 44.

² *F.M. Dostojewski*, Der Spieler. Ferner *R. Fülöp-Müller* und *F. Eckstein*, Dostojewski am Roulette. München 1925.

³ *K. Marbe*, Das Ausgleichsprinzip in der Statistik. München 1936. S. 142.

⁴ Erläutert bei *K. Marbe*, loc. cit., S. 144.

spiele» – das Besetzen der Nummern mit gleicher Endzahl, z. B. der 2, 12, 22, 32 und die zahllosen Varianten. Ebenso sinnreich ist es, einem Marienkäferchen, das über den Spieltisch krabbelt, nachzuspielen, wie das auch schon geschah und zu Gewinnen führte.

Wirkliche Gewinnchancen für längere Zeit haben die *Spelsysteme mit progressivem Einsatz*, wie das *Martingale* und die scheinbar unerschöpflichen Abwandlungen von ihm. Schon *Keynes*¹ bemerkte jedoch, dass die Roulettesysteme sehr eintönig seien, und wohl der beste Kenner solcher Systeme, der über 100 gesammelt hat, der Mathematiker *Levinson*², ist derselben Ansicht. Hier soll nur das *Martingale* kurz dargestellt werden. Es besteht im Verdoppeln des Einsatzes bei jedem aufeinanderfolgenden Verlust, und jedesmaliger Rückkehr zum Minimaleinsatz nach jedem Gewinn. Ist der Minimaleinsatz 2 M und setzt man jedesmal auf Rot, so zeigt sich zum Beispiel folgendes Spielresultat:

Tabelle 5

Schwarz (S) oder Rot (R)	Einsatz in M	Gewinn	Verlust	Erreichter Totalgewinn
S	2	—	2	— 2
S	4	—	4	— 6
S	8	—	8	— 14
R	16	16	—	2
R	2	2	—	4
R	2	2	—	6
S	2	—	2	4

Von der Eigenart dieses Spiels kann man sich nur ein Bild machen, indem man es praktisch eine Zeitlang fortsetzt, wozu man nicht ein wirkliches Roulette-spiel benötigt, sondern jedes Kopf- und Wappenspiel benützen kann. Spielt man z. B. das *Martingale* für die 2000 bei *Kerrich*³ abgedruckten Kopf- und Wappenresultate durch, so erzielt man bei Setzen von 2 M auf Kopf in den ersten 500 Spielen einen Gewinn von 478 M, in den zweiten 500 Spielen einen Gewinn von 504 M, in den dritten von 500 M und in den Spielen 1501–2000 einen Gewinn von 518 M, insgesamt 2000 M Gewinn, was der Theorie, $\frac{1}{2}$ pro Spiel, genau entspricht.

Eine Unglücksserie kommt in diesen 2000 Spielen nicht vor. Würde man weiterspielen, so müsste früher oder später eine «Pechsträhne», das heisst elfmal nacheinander Schwarz (Wappen)⁴ auftreten, dabei würde der Einsatz auf Rot auf 2048 steigen; ein weiteres Verdoppeln verbietet die Bank infolge der Festsetzung eines Maximalbetrages von 2400 M für einfache Chancen. Folgt daher

¹ J. M. Keynes, Über Wahrscheinlichkeit. Deutsch von F. Urban. Leipzig 1926.

² H. C. Levinson, loc. cit., S. 165 über die verschiedenen Systeme des *Martingale*.

³ J. E. Kerrich, loc. cit., S. 12.

⁴ Die Wahrscheinlichkeit hierfür ist $\frac{1}{2}^{12}$ oder $\frac{1}{4096}$. S. Levinson, loc. cit., S. 167.

ein 12. Schwarz, so ist die Hälfte von 2048 verloren, und damit ein grosser Teil der langsam angesammelten Gewinne.

Eine andere Verlustquelle beim Martingale ist das Zero an der Roulette. Bei ihr erscheint bekanntlich bei jedem 37. Spiel durchschnittlich diese Zahl, die einen Verlust der Einsätze nach sich zieht. Doch bei den meist kleinen Einsätzen des Martingale hätte das nicht viel zu bedeuten, überdies lässt sich die Hälfte der Einsätze auf einfache Chancen zurückziehen. Auch pflegen bei Anwachsen der Einsätze die Spieler sich gegen Zero zu «versichern», indem sie einen kleineren Betrag auf Zero setzen, der 35fach vergütet wird, wenn Zero fällt.

«In the long run» schreibt *Levinson*¹, «führt das Martingale weder zu Gewinn noch zu Verlust.» Auf kürzere Sicht ist nach ihm die Wahrscheinlichkeit eines kleinen Gewinnes gross, die eines grossen Verlustes gering. – Durch eine stärkere Progression als die geschilderte Verdoppelung lassen sich raschere Gewinne erzielen, doch ist man auch rascher beim erlaubten Maximalsatz angelangt und riskiert grössere Verluste.

Von den vielen Abwandlungen des Martingale soll hier nicht gesprochen werden. Die Grundtatsache des Roulettespiels, dass die Gewinnwahrscheinlichkeit $\frac{1}{2}$ ist, abgesehen von der Provision der Bank, wird durch kein System je aus der Welt geschafft. Es ist und bleibt ein zweckloses Spiel, ein Spiel im wahrsten Sinne des Wortes. Sein gesellschaftlicher Reiz darf jedoch nicht gering veranschlagt werden. Immer wieder werden Hochzeitsreisende kommen, um ihr Glück an der Roulette zu versuchen. Sie finden es anderswo.

Von den Glücksspielen sind die *Geschicklichkeitsspiele* schwer zu trennen. Es ergibt sich nämlich, dass die Geschicklichkeitsspiele in sehr vielen Fällen genau wie die Glücksspiele vom Zufall regiert werden, also im Grunde auch Glücksspiele sind. Für den Statistiker stellt sich die Aufgabe, diesen Verhältnissen nachzugehen, was bisher kaum geschehen ist². Hier seien nur wenige Hinweise gestattet.

In der folgenden Übersicht sind die Schiessresultate, die Standblätter von *H. Meierhofer*, einem der besten Schützen beim diesjährigen Schützenfest in Lausanne, und die von *E. Grünig*, Schützenkönig 1934 in Thun, einander gegenübergestellt. Angefügt sind die einer Tabelle der zufällig angeordneten Zahlen entnommenen 60 Werte.

Die Streuungsanalysen für alle drei Gruppen zeigen, dass es sich um völlig zufällige Schwankungen handelt. Es ergibt sich ein F , das Verhältnis der Durchschnittsquadrate in vertikaler und horizontaler Richtung, von 1,2 bei den Schüssen von *Meierhofer*, von 1,0 bei jenen *Grünigs* und von 1,12 bei den Zufallszahlen. Doch gruppieren sich die Zufallsabweichungen um *verschiedene* arithmetische Mittel. Im ersten Fall ist dieses Mittel 9,12, im zweiten 9,03 und im dritten 4,45. Handelt es sich trotzdem bei den Schüssen um zufallsartige Schwankungen? Es lässt sich sehr wohl ein Zufallsspiel denken, bei dem die Wahrscheinlichkeit nicht annähernd $\frac{1}{2}$ ist, sondern um einen höheren Durchschnitt oszilliert, wie bei der

¹ *H. C. Levinson*, loc. cit., S. 163.

² *H. C. Levinson*, loc. cit., S. 276. Ich habe schon in einem Aufsatz, *Der Zufall als Sieger, «Föhn»*, Zürich 1936, diese Gedanken vertreten.

Tabelle 6

H. Meierhofer ¹	E. Grünig ¹	Zufällige Zahlen ¹
9 9 9 9 9 10	10 8 9 9 10 9	7 8 1 0 1 7
10 10 10 10 10 9	8 10 9 9 10 9	2 0 6 7 0 5
10 10 10 10 8 9	8 9 10 10 8 9	9 3 7 4 0 1
9 9 10 10 8 9	8 9 9 9 10 9	8 7 1 8 4 3
10 9 10 9 10 9	9 10 9 10 10 9	9 2 3 8 3 7
9 9 9 9 7 10	10 8 9 9 9 9	3 8 7 0 2 3
10 9 9 10 8 10	10 8 10 7 10 9	9 4 7 7 6 4
9 10 10 8 9 8	10 9 7 8 9 9	1 7 8 3 1 1
9 10 7 9 8 9	10 9 9 9 10 9	3 2 5 1 0 5
10 8 9 9 10 7	7 8 9 9 9 9	1 9 7 9 9 4

einseitig beschwerten Münze *Kerrichs* ³. Würde man aus einer Urne, die zu $\frac{9}{10}$ mit schwarzen und zu $\frac{1}{10}$ mit weissen Kugeln gefüllt ist, unter stetem Zurücklegen der Kugeln wiederholt 60mal je 10 Kugeln zufällig ziehen, so würde sich ergeben, dass 20,9 Ziehungen mit 10 schwarzen, 23,2 Ziehungen mit 9 schwarzen und 1 weissen, 11,6 Ziehungen mit 8 schwarzen und 2 weissen, 3,4 Ziehungen mit 7 schwarzen und 3 weissen und 0,6 Ziehungen mit 6 schwarzen und 4 weissen Kugeln erfolgen. Mit dieser binomialen Zufallsverteilung 60 ($0,9 + 0,1$)¹⁰ stimmen die tatsächlichen Schiessresultate sehr gut überein:

Tabelle 7

	Meierhofer	Theorie	Differenz	quadriert	Chiquadrat
Zehner	24	20,9	3,1	9,6	0,46
Neuner	26	23,2	2,8	7,84	0,34
Achter	7	11,6	—4,6	21,16	1,82
Siebner	3	3,4	—0,4	0,16	0,05
Sechser	—	0,6	—0,6	0,36	0,06
	60	59,7			2,73

Der Vergleich der Schiessresultate von *Grünig* mit der Theorie ergibt ein Chiquadrat von 4,6. Das Ergebnis ist also ebenfalls rein zufallsbedingt ⁴, wie aus der Feststellung von *P* aus diesen Werten nach der Tafel von *Elderton* folgt.

Bei Geschicklichkeitsspielen *verschiedener* Wettkämpfer liegen die Leistungs-

¹ Das Standblatt *Meierhofers* ist der «Neuen Zürcher Zeitung» vom 14. Juli 1954, das *Grünigs* den «Basler Nachrichten» vom 8. August 1934 entnommen.

² Nach *A. Linder*, Planen und Auswerten von Versuchen. Basel 1953. S. 177, und zwar die letzte Zahl der ersten Zeile der ersten 60 Blöcke.

³ *J. E. Kerrich*, loc. cit., S. 26. Das arithmetische Mittel liegt dort bei 0,7.

⁴ Beeinflusst wird es u. a. durch die verschiedenen grosse Fläche der Kreisringe der Zehnerscheibe. — Ein Zusammenziehen der untersten Klassen ergibt hier kein anderes χ^2 .

unterschiede oft innerhalb der Zufallsgrenzen; z. B. wenn man die Schiessresultate *Meierhofers* und *Grünigs* miteinander vergleicht. Nach dem bekannten *Gossetschen* Testverfahren errechnet sich ein t von 0,973, während bei 5 % Sicherheitsschwelle die theoretische t -Verteilung einen weit grösseren Wert (2,0) erreicht. Der Unterschied der Schiessresultate *Meierhofers* und *Grünigs* ist also nicht signifikant und lediglich dem Zufall zuzuschreiben.

Ebensolche rein zufallsbedingte Unterschiede ergeben die Streuungsanalysen der Angaben über die 10 000-m-Läufe von *Zatopek* und *Heino*¹, die in den Jahren 1944–1949 viermal abwechselnd den Weltmeistertitel errangen. Die Streuung, die Schwankungen der Zeiten jedes Läufers für je 1000 m der Rekordläufe sind weit grösser als die Streuung, die Schwankungen der Zeiten der beiden Meisterläufer unter sich. Die Streuung (variance) innerhalb der Läufe erreichte 24,6, zwischen den beiden Läufern nur 5,0, was ein F von nur 0,2 ergibt, also kein signifikantes Resultat. Der Leistungsunterschied im Mittel für 1000 m betrug nur 0,66 Sek.

Bei sportlichen Wettkämpfen wird man diesem Sachverhalt immer häufiger begegnen, weil die Entwicklung des Sportlebens ein Zusammendrängen der Spitzenleistungen in immer engere Bereiche zur Folge hat. *Odysseus* warf den Diskus bei den Phäaken weit über deren Marken hinaus. Heute fallen die Bestleistungen oft so nahe zusammen, dass es fast unmöglich ist, den Sieger überhaupt festzustellen. Die Messgenauigkeit hat auch ihre Grenzen, trotz Zeitstop auf $\frac{1}{100}$ Sek. und der Zielphotographie. Dabei nähern sich die Weltrekorde asymptotisch der physiologischen Leistungsgrenze². Beim 100-m-Lauf scheint diese Grenze mit 10,2 Sek. die seit 1935 sechsmal berührt, aber nie unterschritten wurde, bereits erreicht zu sein. «In den alpinen Disziplinen», sagte *Arnold Glatt-hard*³, der Trainingschef der schweizerischen Olympiademannschaft, «ist die Ausgeglichenheit unter den Kämpfern eine so grosse, dass die letzten entscheidenden 3, 4 Sekunden nicht vom Können abhängen, sondern von Faktoren wie ‚am besten disponiert sein‘, ‚einen guten Tag haben‘ und nicht wenig auch ‚Glück‘».

Es wäre daher richtiger, der ganzen Spitzengruppe und nicht einem einzelnen, dem Exponenten des Zufalls, goldene Medaillen zu verabfolgen.

Man sollte meinen, dass dort noch am ehesten Aussicht besteht, den Sieger eindeutig festzustellen, wo, wie beim Tennis, sich sein Sieg aus Hunderten von kleinen Einzelsiegen zusammensetzt. Beim Tennis ist übrigens durch die Zählmethode dafür gesorgt, dass nur zwei aufeinanderfolgende Gewinne über das ganze game oder set entscheiden. Ferner gewinnt man Punkt für Punkt erst durch einen Fehler des Gegners. Wie aber entscheidende Siege gewonnen werden, zeigte der letztjährige Kampf zwischen *Drobny* und *Patty* mit folgendem Verlauf: 8 : 6, 16 : 18, 3 : 6, 8 : 6, 12 : 10. Demnach standen nach den ersten zwei set die

¹ *Arnold Schwarz*, Zahlen beweisen. Anleitung zum Beurteilen und Auswerten von Statistiken. Zürich 1954. S. 54. Seither hat *Zatopek* seinen Weltrekord noch übertroffen und 1953 29:01,6 erreicht.

² *O. Peltzer*, Rekordgrenzen in der Leichtathletik. «Tip» 1954, Nr. 32.

³ Nach dem «Bund» vom 1. März 1952.

Spiele 24 : 24. Das dritte set brachte dem Verlierer *Patty* einen Vorsprung von 3 Spielen. Noch nach dem vierten set hatte *Drobny* erst 35 : 36 aufgeholt. Er gewann nach vierstündigem Kampf mit 49 : 48 Spielen. Sechsmal kam er um einen Punkt in Gefahr, den ganzen Kampf zu verlieren ¹. Das Ganze ist das Bild eines vollkommenen Glücksspiels, mit der Wahrscheinlichkeit $\frac{1}{2}$.

Es ist daher kein Wunder, dass sich über längere Zeiträume ein Ausgleich der Siege einstellt, genau wie der Gewinne und Verluste bei der Roulette. In den 100 Bootsrennen ² zwischen Oxford-Cambridge, die seit 1829 stattgefunden haben, siegte Oxford 45 und Cambridge 54mal; ein Rennen blieb unentschieden. In den Jahren 1863, 1877 und 1929 hatten beide Universitäten gleich viel Rennen gewonnen. – In den Fussball-Länderspielen der Schweiz ³ zwischen 1905 und 1945 hatte die Schweiz gegen Frankreich 32 Goals gewonnen und ebenso viele verloren, gegen Holland 32 gewonnen und 29 verloren, gegen Italien, erste Serie, 19 : 17, gegen Norwegen 6 : 6, gegen Polen 4 : 4, Portugal 8 : 6, Rumänien 4 : 5, Schweden 12 : 12 Goals gewonnen. Bei andern Ländern sind die Unterschiede grösser. Im ganzen liegt der Unterschied der gewonnenen und verlorenen goals noch innerhalb der Zufallsgrenzen, und dasselbe gilt für die Länderspiele Deutschlands vor dem letzten Kriege.

Die ephemeren «nationalen» Siege verlieren dadurch stark an Bedeutung. Dieselben Resultate liessen sich mit einem Zufallsapparat erzielen. Nur bietet dieser keinen Anlass zur Heldenverehrung.

¹ «The Times Weekly», London, vom 2. Juli 1953.

² Ebenda, vom 25. Februar 1954.

³ Schweizerischer Fussball- und Athletikkalender, 1946.