

Mittlere Verweildauer und Umschlagshäufigkeit – zwei Kennzahlen für die Erneuerungsintensität von Bestandsmassen

Von Prof. Dr. Hans Kellerer, München

Herrn Professor Dr. *Rolf Wagenführ* zu seinem 60. Geburtstag
gewidmet

Bestandsmassen werden in der statistischen Methodenlehre als statistische Gesamtheiten definiert, deren Elementen jeweils eine bestimmte, von Null verschiedene Verweildauer zugeordnet ist. Dabei wird unter Verweildauer die Zeitdauer der Zugehörigkeit eines Elementes zu der geeignet abgegrenzten Gesamtheit verstanden.

Erfolgen laufend Zu- und Abgänge bei einer Bestandsmasse, so spricht man vielfach von einer Erneuerungsmasse. Einige Beispiele von Erneuerungsmassen sind: Das Warenlager eines Wirtschaftsbetriebes; die Forderungen einer Unternehmung; die Beschäftigten eines Grossbetriebes; die Webstühle einer Weberei; die in den Haushalten einer Grossstadt installierten Elektrizitätszähler; alle Einzelhandelsgeschäfte in Westberlin; die Glühlampen einer grossstädtischen Strassenbeleuchtung; die in der Bundesrepublik zugelassenen Kraftfahrzeuge; die Bevölkerung eines geographisch genau abgegrenzten Gebiets.

Nur ausnahmsweise ist zu einem bestimmten Zeitpunkt die Anzahl der Elemente (der Bestand) einer Erneuerungsmasse gleich Null. Hat man in derartigen Sonderfällen den Beobachtungszeitraum zwischen den Zeitpunkten t_A und t_B so gewählt, dass der Anfangsbestand (Endbestand) gleich Null ist, so spricht man von einer linksseitig (rechtsseitig) geschlossenen Gesamtheit. Sind sowohl der Anfangs- als auch der Endbestand gleich Null, so liegt eine beidseitig geschlossene Masse vor. Ein Beispiel einer linksseitig geschlossenen Gesamtheit stellen die Vorräte eines neu eröffneten Handelsbetriebes dar, wenn mit der Auffüllung des Lagers im Zeitpunkt t begonnen wird und man $t_A \leq t$ wählt. Das Personal eines Grossbetriebes, der wegen Liquidation allen seinen Beschäftigten zum 31. Dezember 1965 kündigt, ist eine rechtsseitig geschlossene Gesamtheit, wenn t_B als Zeitpunkt nach dem 31. Dezember 1965 definiert ist. Eine beidseitig geschlossene Gesamtheit stellen die in einem Saisonhotel Übernachtenden dar, wenn t_A mit einem Zeitpunkt vor der Eröffnung und t_B mit einem solchen nach der Schliessung zusammenfällt.

Für die folgenden Ausführungen ist charakteristisch, dass weder von empirischen oder theoretischen Häufigkeitsverteilungen der Zugänge und Abgänge noch von Absterbeordnungen ausgegangen wird. Hat man derartige Zusatzinformationen, so kann man sie vielfach für eine einfachere bzw. genauere Berechnung der mittleren Verweildauer bzw. einer Umschlagzahl heranziehen.

1. Berechnung der mittleren Verweildauer

a) Individuelle Berechnung

Wir beginnen mit dem einfachsten Fall: Die Gesamtheit umfasse n Elemente; von jedem dieser mit $k = 1, 2, 3, \dots, n$ gekennzeichneten Elemente seien sowohl der Zugangszeitpunkt t_k als auch der Abgangszeitpunkt T_k bekannt. Bezeichnen wir mit d_k die Verweildauer des k -ten Elementes, so gilt für die mittlere Verweildauer – nachstehend mit $\bar{d}$ bezeichnet – wegen $d_k = T_k - t_k$

$$\bar{d} = \frac{\sum d_k}{n} = \frac{\sum (T_k - t_k)}{n} = \frac{\sum T_k}{n} - \frac{\sum t_k}{n} = \bar{T} - \bar{t}.$$

Dabei bedeuten $\bar{T}$ und $\bar{t}$ die arithmetischen Mittel der Werte T_k bzw. t_k . Wir denken uns nun die Werte t_k und T_k der Grösse nach geordnet und indizieren mit i ($i = 1, 2, \dots, n$), so dass gilt:

$$\begin{aligned} \text{und} \quad & t_1 \leq t_2 \leq \dots \leq t_i \leq t_{i+1} \leq \dots \leq t_{n-1} \leq t_n \\ & T_1 \leq T_2 \leq \dots \leq T_i \leq T_{i+1} \leq \dots \leq T_{n-1} \leq T_n. \end{aligned}$$

Dann ist wegen $\sum T_i = \sum T_k$ und $\sum t_i = \sum t_k$

$$\bar{d} = \bar{T}_i - \bar{t}_i = \bar{T} - \bar{t}.$$

Die Grössen $d_k = T_k - t_k$ stellen echte Verweildauern der jeweiligen Elemente k dar. Dagegen sind die Werte $d_i = T_i - t_i$ keine realen Verweildauern, weil – abgesehen von Sonderfällen – dem Zugangszeitpunkt t_i des einen Elements der Abgangszeitpunkt T_i eines anderen Elements zugeordnet ist.

Nun zeichnen wir in ein Koordinatensystem mit der Zeitachse als Abszisse n parallele Balken mit dem jeweiligen Anfangspunkt t_i und dem Endpunkt T_i . Die Balkenhöhe entspricht einer Einheit. Die Länge und auch die Fläche des i -ten Balkens ist dann $T_i - t_i$. Die einzelnen Balken lassen sich übereinander anordnen, wobei die Grösse von t_i (und damit auch von T_i), mit dem kleinsten Wert beginnend, das Ordnungsprinzip darstellt. Für den Modellfall von nur $n = 6$ Elementen ergibt sich eine Figur von der Art, wie sie Abbildung 1 zeigt. Für sehr grosse Werte n gehen die linken sowie die rechten Begrenzungen der Balken in annähernd stetige Kurven über (siehe Abbildung 2).

Die obere Begrenzungskurve $E(t)$ in Abbildung 2 ermöglicht es, für jeden t -Wert mit $t_A \leq t \leq t_B$ abzulesen, wie viele Elemente seit dem Zeitpunkt t_A hinzugekommen sind. $E(t)$ ist also die Kurve der zeitlich kumulierten Zugänge. Entsprechend bedeutet $A(t)$ die Kurve der zeitlich kumulierten Abgangswerte. $E(t) - A(t)$ gibt den Bestand im Zeitpunkt t an. Ist $E(t_A) = A(t_A) = 0$ und $E(t_B) = A(t_B)$, so liegt eine beidseitig geschlossene Erneuerungsmasse vor; die von den beiden Kurven eingeschlossene Fläche $V(t_A, t_B)$ – wir nennen sie aus naheliegenden Gründen die Verweilfläche – ist:

$$V(t_A, t_B) = \sum d_k = \sum d_i = n\bar{d}.$$

Daher gilt

$$\bar{d} = \frac{V(t_A, t_B)}{n}.$$

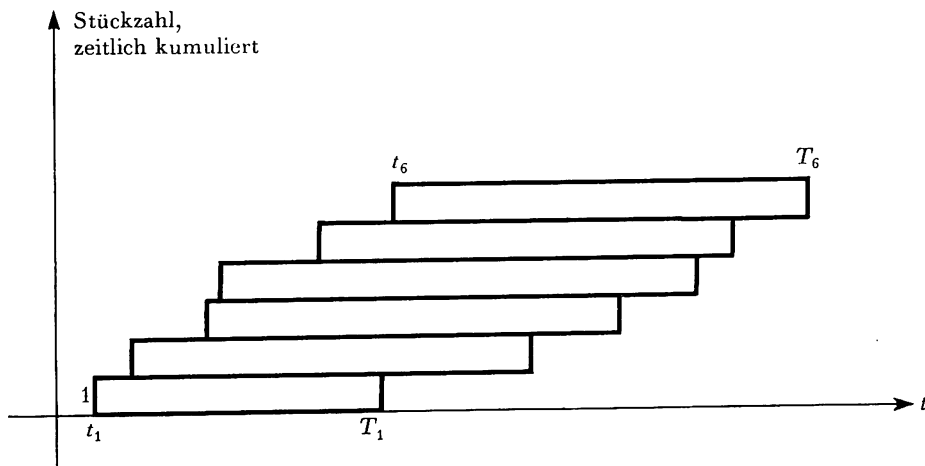


Abbildung 1

Beidseitig geschlossene Erneuerungsmasse ($n = 6$), dargestellt in Form von Pseudo-Verweildauern

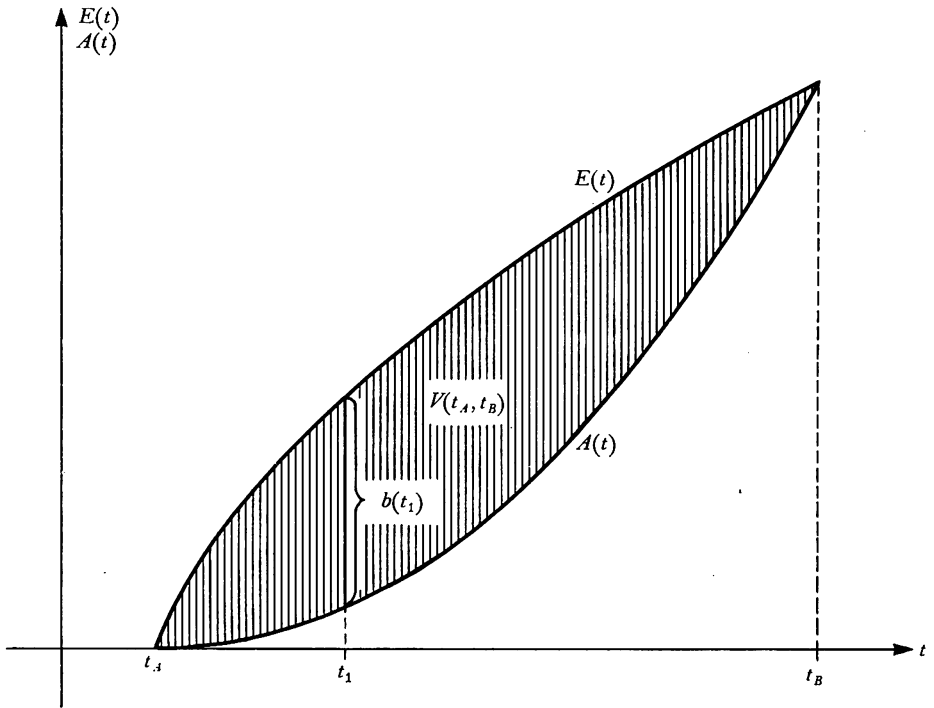
Da n die Gesamtzahl der im Beobachtungszeitraum (t_A, t_B) zugegangenen e (abgegangenen a) Elemente darstellt, können wir für den Fall der beidseitig geschlossenen Erneuerungsmasse auch schreiben:

$$\bar{d} = \frac{V(t_A, t_B)}{e} = \frac{V(t_A, t_B)}{a} = \frac{2V(t_A, t_B)}{e + a}. \quad (1)$$

Zur Berechnung von $\bar{d}$ brauchen wir also nicht von den n Wertepaaren t_k, T_k bzw. t_i, T_i auszugehen. Es genügt eine annähernd genaue Kenntnis der beiden Kurven $E(t)$, $A(t)$ und der daraus ableitbaren Größe $V(t_A, t_B)$. Wie wir noch sehen werden, ist die Bestimmung dieser beiden Kurven relativ einfach.

Abbildung 2

Zeitlich kumulierte Zu- und Abgänge für eine beidseitig geschlossene Erneuerungsmasse



*b) Summarische Berechnung
und Berechnung unter Einschaltung von Altersinventuren*

Es ist zu beachten, dass alle bisherigen Ausführungen nur für den Fall einer beidseitig geschlossenen Erneuerungsmasse gelten. Wir wenden uns nun der Verallgemeinerung zu, bei der wieder ein Beobachtungszeitraum (t_A, t_B) vorliegt, aber $b(t_A) \neq 0$ und $b(t_B) \neq 0$ ist. In Abbildung 3 ist dieser Sachverhalt graphisch dargestellt, wobei stetige Kurven $E(t)$, $A(t)$ zugrundegelegt wurden.

Die $b(t_A)$ Anfangselemente haben im Zeitpunkt t_A bereits einen Teil ihrer – zunächst unbekannten – Verweilstrecke zurückgelegt. Die $b(t_B)$ am Ende der Betrachtungsperiode noch vorhandenen Elemente haben ihrerseits noch Teil-Verweilstrecken vor sich, da sie erst nach dem Zeitpunkt t_B ausscheiden. Daher sind folgende zwei Korrekturen nötig:

α) Im Zeitpunkt t_A nehmen wir eine Altersinventur aller in diesem Zeitpunkt vorhandenen $b(t_A)$ Elemente vor. Das heisst, wir ermitteln für jedes dieser Elemente den Zeitpunkt des Zugangs und damit die *bisherige* Verweildauer. Denken wir uns diese $b(t_A)$ Elemente nach der bisherigen Verweil-

dauer geordnet, mit dem grössten Wert beginnend, so können wir in der Abbildung 3 links von t_A die bisherige Verweilfläche V_i aller im Zeitpunkt t_A vorhandenen Elemente hinzufügen.

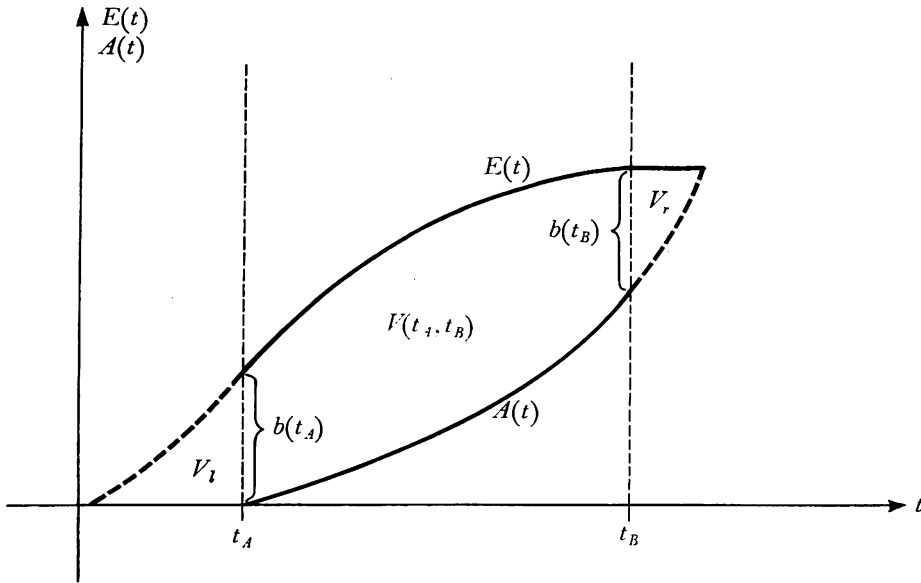


Abbildung 3

Kumulierte Zu- und Abgänge bei beidseitig offener Erneuerungsmasse

β) Die $b(t_B)$ Elemente sind ebenfalls nur mit einem Teil ihrer Verweilstrecke einbezogen. Man könnte zunächst daran denken, sie jeweils bis zu ihrem Ausscheiden zu verfolgen und dementsprechend rechts von t_B eine weitere Verweilfläche V_r hinzufügen. $V = V_i + V(t_A, t_B) + V_r$ würde dann eine Verweilfläche für eine beiderseits geschlossene Erneuerungsmasse darstellen. Der Nachteil eines derartigen Verfahrens ist, dass wir den Beobachtungszeitraum über t_B hinaus erweitern müssen. Dabei müssen die einzelnen Elemente des Schlussbestandes $b(t_B)$ individuell verfolgt werden, da neue Elemente hinzukommen, von denen einige wieder abgehen, noch bevor alle $b(t_B)$ Elemente ausgeschieden sind.

Wir gehen daher anders vor. Wir nehmen bei den im Zeitpunkt t_B vorhandenen $b(t_B)$ Elementen die Teil-Verweilstrecken, die vor t_B liegen, heraus. Dazu ist im Zeitpunkt t_B eine Altersinventur erforderlich. Die Summe dieser Teilverweilstrecken sei ${}_rV$. Dann ist offenbar für alle a im Beobachtungszeitraum (t_A, t_B) ausgeschiedenen Elemente

$$\bar{d} = \frac{V_i + V(t_A, t_B) - {}_rV}{a}. \quad (2)$$

Führt man diese Berechnung Jahr für Jahr oder Monat für Monat durch, so kann man die Altersinventur im Zeitpunkt $t_{B,j} = t_{A,j+1}$ (j = Nummer der Periode) als Ausgangsmaterial zur Zusatzkorrektur für das Intervall $(t_{A,j}, t_{B,j})$, aber auch für das Intervall $(t_{A,j+1}, t_{B,j+1})$ verwenden, zunächst als Subtraktions-, dann als Additions-glied (gegenseitige Kompensation im Zeitverlauf).

Die beiden Kurventeile $E(t)$, $A(t)$, die innerhalb des Beobachtungszeitraumes – z. B. Kalenderjahr 1965 – liegen, erhält man – etwa unter Zugrundelegung von Monatshälften – folgendermassen: Man trägt zunächst den Bestand $b(t_A)$ auf der Ordinate auf. Es ergibt sich der Punkt H (siehe Abbildung 4). Bezeichnen wir den Zugang (Abgang) in der j -ten Monatshälfte mit $e_j(a_j)$ ($j = 1, 2, \dots, 24$), so ist

$$E(t_j) = b(t_A) + \sum_{v=1}^j e_v \quad (3)$$

und

$$A(t_j) = \sum_{v=1}^j a_v, \quad (4)$$

wobei t_j das Ende der j -ten Monatshälfte bezeichnet. Unter Beachtung der Tatsache, dass $A(t_A) = 0$ ist, erhält man so je 25 Punkte zur Bestimmung der Kurven $E(t)$ und $A(t)$.

c) Ein Sonderfall: Der Abgang erfolgt in der Reihenfolge des Zugangs

Gehen die Elemente genau in der Reihenfolge des Zugangs ab, so sind die einzelnen Balken der Figur 1 echte Verweilstrecken. Die Werte t_i, T_i sind dann wirkliche Zu- und Abgangszeitpunkte desselben Elements. In der Betriebswirtschaftslehre hat sich für diesen Spezialfall die Bezeichnung Fifo-Prinzip (first in first out) eingebürgert. Ein Beispiel dafür ist das Warten vor Schaltern; die Abfertigung erfolgt hier in der Reihenfolge des Zugangs.

Wir können dann für beliebige Teilgesamtheiten die $\bar{d}$ mit Hilfe der Kurven der kumulierten Zu- bzw. Abgänge (siehe Abbildung 4) ermitteln.

Es ergibt sich z. B.

a) für sämtliche im Zeitraum (t_A, t_B) zugegangenen e Elemente

$$\bar{d} = \frac{\text{Flächenstück } CEFH}{e},$$

b) für sämtliche im Zeitraum (t_A, t_B) abgegangenen a Elemente

$$\bar{d} = \frac{\text{Flächenstück } ABDG}{a},$$

c) für sämtliche Elemente, die im Zeitraum (t_A, t_B) zu- oder abgegangen sind,

$$\bar{d} = \frac{\text{Flächenstück } ABEF}{k}.$$

Dabei ist $k = b(t_A) + e = b(t_B) + a$

die Höhe des Flächenstücks $ABEF$.

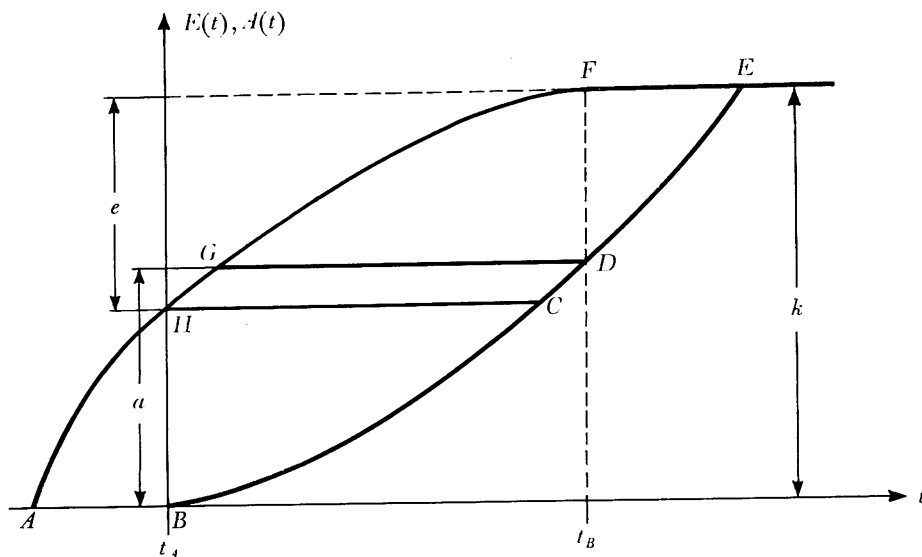


Abbildung 4

Kumulierte Zu- und Abgänge zur Erläuterung der Ermittlung verschiedener Durchschnittsverweildauern $\bar{d}$

d) Näherungsweise Bestimmung von $\bar{d}$

Wenn es genügt, $\bar{d}$ näherungsweise zu bestimmen, kann auf die Altersinventuren verzichtet werden. Dabei geht man von folgenden Annahmen aus:

α) Die Elemente, deren Verweilstrecken nur teilweise innerhalb des Beobachtungszeitraumes liegen, verweilen im Durchschnitt zur Hälfte innerhalb und zur Hälfte ausserhalb des Beobachtungszeitraumes.

β) Ihre Durchschnittsverweildauer stimmt mit der mittleren Verweildauer $\bar{d}$ aller ganz oder teilweise im Beobachtungszeitraum liegenden Elemente – ihre Zahl ist offenbar k – überein.

Für die beiden Teilflächen gilt dann

$$V_i + V_r = \frac{\bar{d}^*}{2} [b(t_A) + b(t_B)] = \frac{\bar{d}^*}{2} [2b(t_A) + e - a].$$

Für die Verweilfläche aller k Elemente ergibt sich

$$\bar{d}^* [b(t_A) + e] = V_i + V(t_A, t_B) + V_r = \frac{\bar{d}^*}{2} [2b(t_A) + e - a] + V(t_A, t_B).$$

Hieraus erhält man

$$\bar{d}^* [2b(t_A) + 2e - 2b(t_A) - e + a] = 2V(t_A, t_B)$$

und damit

$$\bar{d}^* = \frac{2V(t_A, t_B)}{e + a}. \quad (5)$$

So erhalten wir wieder Formel (1), die wir für den Spezialfall der beidseitig geschlossenen Erneuerungsgesamtheit bereits früher abgeleitet haben. In Worten kann (5) folgendermassen ausgedrückt werden:

$$\bar{d}^* = \frac{\text{Doppelte Verweilfläche}}{\text{Anzahl } e \text{ der Zugänge plus Anzahl } a \text{ der Abgänge}}$$

oder

$$\bar{d}^* = \frac{\text{Verweilfläche}}{\text{Durchschnitt von } e \text{ und } a}.$$

Man kann zeigen – siehe *Kellerer* [2] –, dass die Formel (5) im allgemeinen recht brauchbare Resultate liefert, wenn folgende Relation gilt:

$$t_B - t_A \geq 4\bar{d}^*,$$

d. h., wenn der Beobachtungszeitraum mindestens gleich der vierfachen mittleren Verweildauer ist.

Daraus folgt, dass der Beobachtungszeitraum um so kleiner gewählt werden kann, je kleiner $\bar{d}$ ist. Die Formel (5) kann also z. B. in folgenden Fällen angewandt werden:

α) Ermittlung der durchschnittlichen Anzahl der Übernachtungen je Gast bei einer bestimmten Kategorie von Hotels;

β) Berechnung der durchschnittlichen Lagerdauer in Handelsbetrieben;

γ) Berechnung der von den Abnehmern durchschnittlich in Anspruch genommenen Kreditfrist. Hierbei muss eine Forderung von 1000 DM fünfmal so stark berücksichtigt werden wie eine solche von 200 DM. Allerdings ist auch der ungewichtete Durchschnitt einer sinnvollen Interpretation zugänglich.

Besonders günstig gestaltet sich die Ermittlung der Verweildauer der Besucher in Museen oder auf Messen. Hierbei kann man die Beobachtungsperiode mit der gesamten Öffnungszeit eines Tages zusammenfallen lassen, so dass $t_A = t_B = 0$ ist. Die Formel (1) liefert dann ein genaues Ergebnis. Als Urmaterial für die Bestimmung der Verweilfläche wird man etwa die je Viertelstunde erfolgten Zu- und Abgänge wählen.

Unbrauchbar ist obige Formel (5) in folgenden Fällen:

α) Durchschnittliche Verweildauer von Arbeitnehmern in Grossbetrieben; legt man nur eine durchschnittliche Verweildauer von 5 Jahren zugrunde, so

würde das bereits einen Beobachtungszeitraum von mindestens 20 Jahren erfordern. Ein auf diese Weise gewonnenes Resultat hätte aber offenbar nur historisches Interesse. Praktisch wäre es insofern wertlos, als im Lauf von 20 Jahren $\bar{d}$ stark variieren wird (nähere Ausführungen hierzu vgl. *Stegemann* [3]). Es liegt keine homogene Gesamtheit vor; $\bar{d}$ ist nicht mehr typisch.

β) Ein zweites Beispiel ist die mittlere Lebensdauer einer Bevölkerung. Hier liegt der Fall noch extremer als im Beispiel α), da die durchschnittliche Lebensdauer (mittlere Verweildauer) in der Nähe von 70 Jahren liegt. In derartigen Fällen muss man methodisch anders vorgehen. Man arbeitet hier mit Abgangsordnungen (Absterbeordnungen).

2. Berechnung von Umschlagshäufigkeiten

Unsere bisherigen Ausführungen wurden weitgehend durch eine Erscheinung ausgelöst, die man kurz als «Periodenproblem» bezeichnen kann. Wir grenzen einen bestimmten Beobachtungszeitraum von der Länge $t_B - t_A$ ab. Dabei ergibt sich, von einigen Spezialfällen abgesehen, die störende Tatsache, dass für eine Anzahl von Elementen nur ein Teilstück der Verweilzeit innerhalb des Beobachtungszeitraumes liegt. Diesem Periodenproblem können wir dadurch entgehen, dass wir eine Umschlagshäufigkeit (Umschlagszahl) u berechnen. Eine derartige Umschlagszahl soll ausdrücken, wie oft sich im Laufe der zugrundegelegten Zeiteinheit die untersuchte Bestandsmasse erneuert. Bezeichnen wir mit a die Anzahl der in der Beobachtungsperiode abgegangenen Elemente und mit $\bar{b}$ den Durchschnittsbestand in der Periode, so kann u zunächst folgendermassen berechnet werden:

$$u = \frac{a}{(t_B - t_A) \bar{b}}.$$

Da $\bar{b}(t_B - t_A) = V(t_A, t_B)$ ist, können wir unter Hinzuziehung von Formel (1), also unter den dieser Formel zugrundeliegenden Voraussetzungen, schreiben:

$$u = \frac{1}{\bar{d}} = \frac{a}{V(t_A, t_B)}. \quad (6)$$

Speziell für $(t_B - t_A) = 1$, d. h., für eine Beobachtungsperiode von einer Zeiteinheit (z. B. einem Jahr), ist die Umschlagszahl (Jahresumschlagszahl)

$$u = \frac{a}{\bar{b}}. \quad (6a)$$

Die Jahres-Umschlagshäufigkeit u ist also eine Beziehungszahl. Sie ist ausserdem gleich dem Kehrwert der in Jahren gemessenen durchschnittlichen Ver-

weildauer. Beträgt z. B. für ein Lager von Kühlschränken die durchschnittliche Verweildauer 3 Monate, also $\frac{1}{4}$ Jahr, so schlägt sich das Warenlager im Laufe des Jahres viermal um. Das heisst, dass im Laufe des Jahres viermal so viele Kühlschränke ausgeschieden sind als der Durchschnittsbestand beträgt.

Allerdings variiert der Grad der Anschaulichkeit von u nach dem zugrundeliegenden Sachverhalt sehr stark, wie die folgenden Beispiele zeigen.

Beispiel a: In einem grossen Fabrikationsraum befinden sich $\bar{b} = 150$ Leuchtstellen. 1965 wurden insgesamt $a = 225$ unbrauchbar gewordene Leuchtstoffröhren gegen neue ausgetauscht. Völlig korrekt ist die folgende, sehr anschauliche Aussage: Im Durchschnitt wurden im Laufe des Jahres an jeder Leuchtstelle 1, 5 Auswechslungen vorgenommen. Die Umschlagszahl beträgt 1,5. Bemerkenswert an diesem Beispiel ist, dass a an einer Kapazitätzahl, nämlich an der Zahl der vorhandenen Leuchtstellen, gemessen wird.

Beispiel b: Ein Krankenhaus hat während des ganzen Jahres 1965 eine Kapazität von $m = 200$ Betten. Die höchstmögliche Zahl an Verpflegungstagen beträgt also $200 \cdot 365 = 73\,000$. Die tatsächliche Zahl der Verpflegungstage sei jedoch nur $N = 65\,700$, also je Kalendertag im Durchschnitt $65\,700 : 365 = 180$. Insgesamt wurden 1965 $a = 13\,140$ behandelte Patienten entlassen.

Die durchschnittliche Aufenthaltsdauer betrug also

$$\frac{65\,700}{13\,140} = 5 \text{ Tage.}$$

Die Umschlagszahl ist

$$u = \frac{a}{\bar{b}} = \frac{13\,140}{180} = 73.$$

Für u ist folgende Deutung möglich: Die tatsächliche Belegung des Krankenhauses ist äquivalent mit folgendem schematischen Vorgang: Am 1. Januar werden 180 Patienten aufgenommen, die jeweils 5 Tage bleiben, also am 6. Januar entlassen werden. An diesem Tag werden 180 neue Patienten eingewiesen, usw.; am 26. Dezember werden zum letztenmal 180 neue Patienten aufgenommen, die bis zum 31. Dezember bleiben. Insgesamt werden 73mal jeweils 180 Patienten 5 Tage lang behandelt.

Die Kapazitätsgrösse $m = 200$ bzw. $365 \cdot m$ sowie die Kapazitätsausnutzung

$$K = \frac{100 N}{365 m} = \frac{\bar{b}}{m} 100 = \frac{65\,700}{73\,000} 100 = 90\%$$

Beispiel c: Der Inhaber eines Handelsgeschäftes ermittelt folgende Werte: Summe der Zahlungen der Abnehmer im Jahr 1965 $a = 200\,000$ DM; Durchschnittsbestand an Forderungen gegenüber Kunden $\bar{b} = 25\,000$ DM, also:

$$u = \frac{200\,000}{25\,000} = 8.$$

Durchschnittlich sind 25 000 DM Kapital durch Kreditgewährung an Kunden gebunden. Etwa $1/u = 1/8$ Jahr = 1,5 Monate ist die von den Kunden durchschnittlich in Anspruch genommene Zahlungsfrist, die mit der laut Zahlungsbedingungen zulässigen Frist verglichen werden kann.

Für die Kennzeichnung der Mobilität innerhalb einer Erneuerungsmasse wurde folgende Formel (7) vorgeschlagen:

$$v = \frac{\text{Anzahl } a \text{ der abegangenen Elemente}}{\text{Anfangsbestand } b(t_A) + \text{Zugang } e \text{ während der Periode}}. \quad (7)$$

Die Wahl des Nenners wird damit begründet, dass er alle Elemente umfassen soll, die während der Beobachtungszeit potentiell abgehen können. Man sieht, dass v immer kleiner oder gleich 1 sein muss. Gegen die Anwendung von v als einer Kennzahl für die Umschlagshäufigkeit ist u. a. einzuwenden, dass sich hierbei der Zeitpunkt der einzelnen Zugänge nicht auswirkt. Der Wert v ist z. B. unabhängig davon, ob sämtliche e Elemente kurz nach t_A oder kurz vor t_B hinzugekommen sind. Tatsächlich müsste im erstgenannten Fall die Umschlagshäufigkeit wesentlich grösser ausfallen als im zweiten Fall.¹⁾

Literatur

[1] *Kellerer, H.:* Übertragung einiger in der Bevölkerungsstatistik gebräuchlicher Begriffe und Methoden auf das Wirtschaftsleben. Einzelschrift der Deutschen Statistischen Gesellschaft Nr. 1, München 1951, 117 S.

[2] *Kellerer, H.:* Die Berechnung der mittleren Verweildauer, erläutert an betriebswirtschaftlichen Vorgängen. Zeitschrift für handelswissenschaftliche Forschung, 10. Jahrgang 1958, Heft 3, S. 141–168.

[3] *Stegemann, G.:* Die statistische Erfassung und die betriebswirtschaftliche Bedeutung des Arbeitsplatzwechsels. Berlin 1961, XVI + 417 S.

¹ Das ebenso umfassende wie kritische Werk von *Stegemann* [3] bespricht noch eine Reihe anderer Verhältniszahlen zur Kennzeichnung des Arbeitsplatzwechsels. Die Darlegungen sind über den speziellen Anwendungsfall hinaus für das Thema: « Berechnung der mittleren Verweildauer und der Umschlagszahl » von allgemeiner methodischer Bedeutung.