

Zum Problem der Sättigung

Von Dr. phil. nat. Hans Riedwyl und lic. rer. pol. Felix Thomet, Bern

1. Einleitung

Die folgenden Ausführungen sind eine Untersuchung über den funktionalen Zusammenhang zwischen Einkommen und Konsum in seiner Bedeutung für das Problem der Sättigung, dargestellt am Beispiel der Haushaltsrechnungen 1963¹.

Dem Begriff Sättigung begegnen wir in verschiedenen Formen. Zunächst denken wir an die mengenmässige Sättigung, die vor allem bei Nahrungs- und Genussmitteln eine erhebliche Rolle spielt. Der so verstandene Sättigungsbegriff ist verhältnismässig leicht zu erklären, weil die untersuchten Tatbestände messbar sind und andererseits physiologische Gesetze die Sättigungsniveaus bestimmen.

Eine zweite Variante ergibt sich, wenn bei der Sättigung die qualitativen Aspekte mit in Betracht gezogen werden. Diese Betrachtungsweise verlangt, dass die Ausgaben als monetäres Äquivalent des Konsums als Vergleichsbasis verwendet werden. Von diesem Standpunkt aus gesehen spricht man von wertmässiger oder Ausgabensättigung.

Schliesslich kann der Begriff Sättigung auch als geistiges Phänomen verstanden werden. Wir denken dabei zum Beispiel an einen Menschen, der gewisser Dinge müde wird, selbst wenn er sie sonst noch so sehr geschätzt hat. Diese mentale Sättigung steht mit dem Faktor Zeit in einem wesensmässigen Zusammenhang, indem der Zeitraum, der einem Menschen zur Befriedigung von geistigen Bedürfnissen zur Verfügung steht, in der Regel recht stark begrenzt ist. Die geistige Sättigung sehen wir vorwiegend als psychologisches oder soziologisches Problem, das sich einer ökonomischen Analyse zum grossen Teil entzieht.

Zunächst gilt es für uns, die mengenmässige und die wertmässige oder qualitative Sättigung auseinander zu halten. Während es bei Nahrungsmitteln wertvoll ist, etwas über die mengenmässige Sättigung auszusagen, wird es bei Fabrikaten und Dienstleistungen aller Art sinnvoller, die wertmässige Sättigung zu betrachten. Da das mengenmässige Sättigungsniveau besonders bei den Nahrungsmitteln relativ schnell erreicht ist, wird klar, dass die wertmässige Sättigungsgrenze später erreicht wird als die mengenmässige. Ist das mengenmässige

¹ Vom Schweizerischen Nationalfonds geförderte Untersuchungen wurden teilweise zur Lösung der Problemlage verwertet.

Sättigungsniveau erreicht, so wechseln die Wirtschaftssubjekte bei steigenden Einkommen in der Regel auf eine bessere Qualität der betreffenden Produkte oder eventuell besserer Substitutionsprodukte. Infolge dieses Sachverhaltes scheint uns der wertmässige Sättigungsbegriff besser geeignet zur Analyse, weil hier Qualitätsunterschiede bei den untersuchten Tatbeständen mitberücksichtigt werden¹.

Wählen wir die Hierarchie der Bedürfnisse als Einteilungskriterium für die drei Wirtschaftssektoren² und versuchen, diese hinsichtlich mengenmässiger und wertmässiger Sättigung zu beurteilen, so lässt sich vorerst feststellen, dass im primären Sektor die mengenmässige Sättigung bereits weitgehend erreicht ist, während die qualitative Sättigung, die allgemein in diesem Sektor existiert, noch nicht tangiert wird.

In bezug auf den sekundären Sektor nimmt *J. Fourastié*³ an, dass ein mengenmässiger Sättigungspunkt vorhanden sei, dagegen glaubt er, im tertiären Sektor sei ein Sättigungsniveau nicht gegeben⁴. *Kröll* ist andererseits der Ansicht, ein Sättigungsniveau müsste selbst im tertiären Sektor existieren, da die Menschen müde würden, selbst die wertvollsten Kulturgenüsse unbegrenzt zu geniessen⁵. Allerdings ist es undenkbar, dass im sekundären und tertiären Sektor qualitative Sättigungsniveaus vorhanden sind.

Bekanntlich haben die Haushaltsrechnungen den Zweck, als Unterlagematerial für die Berechnung des Landesindex der Konsumentenpreise zu dienen. Darüber hinaus ist es aber möglich, mit Hilfe desselben Materials zu ökonomischen Aussagen zu gelangen. Nach dem Versuch einer Aufteilung des Einkommens in eine Konsum- und Sparquote widmen wir uns in der Folge nur noch dem Konsumbereich und untersuchen zunächst empirisch die einzelnen Ausgabengruppen der verschiedenen Einkommensklassen gemäss den Daten, die in den Haushaltsrechnungen für das Jahr 1963 ausgewiesen sind. In einem weiteren, mehr theoretischen Teil wollen wir versuchen, mit Hilfe einer wenig versuchten mathematischen Methode die partiellen Konsumfunktionen einzelner Ausgabengruppen konkret auf ein Sättigungsniveau hin zu untersuchen.

Unter Konsum verstehen wir in diesem Zusammenhang, wo nicht anders vermerkt, die nominelle Grösse der gesamten Konsumausgaben. Als partiellen Konsum wollen wir die Ausgaben für bestimmte Ausgabengruppen, so wie sie in den Haushaltsrechnungen ausgewiesen sind, bezeichnen.

¹ *H. Schmucker*, Die Verwendbarkeit von Haushaltsrechnungen für Zwecke der Marktforschung im Konsumgüterbereich, *Der Marktforscher*, Heft 3, 1951, S. 87 ff.

² Vgl. *Leo Menz*, Der tertiäre Sektor, Dissertation St. Gallen 1965, S. 125 ff.

³ *Jean Fourastié*, Die grosse Hoffnung des 20. Jahrhunderts, Köln-Deutz 1954, S. 273.

⁴ *J. Fourastié et C. Vimont*, Histoire de demain, Paris 1956, S. 90.

⁵ *M. Kröll*, An der Schwelle des Überflusses, *Schmollers Jahrbuch*, Berlin 1960,

Den Begriff Sparen fassen wir hier als Nichtkonsum auf, rechnerisch als Differenz zwischen Einkommen und Konsum. Dabei sind wir uns bewusst, dass verschiedene Konsumausgaben eigentlich als Sparbeträge aufzufassen wären, nämlich insbesondere in der Gruppe der Versicherungsausgaben. Auf Grund dieser Unzulänglichkeit ist mit Sicherheit darauf zu schliessen, dass die in der Folge errechneten Sparbeträge zu klein sind.

2. Die Konsum- und Sparfunktion

Sowohl Einkommen als auch Ausgaben der in den Haushaltsrechnungen untersuchten Familien werden in der offiziellen Publikation des BIGA (Bundesamt für Industrie, Gewerbe und Arbeit) nur relativ, in Prozenten, angegeben. Das BIGA hat sich freundlicherweise angeboten, uns für diese Arbeit die benötigten absoluten Zahlen zur Verfügung zu stellen.

In den BIGA-Haushaltsrechnungen sind die Ausgabengruppen nach 10 Einkommensklassen gegliedert mit einer untersten Klasse «bis Fr. 13 000.–» (Familieneinkommen pro Jahr) und einer obersten Klasse «Fr. 22 000.– und mehr». Um repräsentativere Muster zu haben, wurde aus je 2 Einkommensklassen ein gewogenes Mittel für eine neue Klasse errechnet. Es ergaben sich somit fünf Familieneinkommensklassen mit repräsentativen Klassenmitteln von Fr. 12 660.–, 15 000.–, 16 960.–, 18 940.– und 22 670.–.

Bei den in der Folge errechneten Abhängigkeiten des Konsums und Sparens vom Einkommen ist darauf zu achten, dass die Einheiten für das Einkommen und die Ausgaben, resp. Sparen, nicht dieselben sind, indem die Einnahmen *pro Familie* in Beziehung gesetzt werden zu den Ausgaben *pro Kopf*. Bei den Ausgaben ist es unumgänglich, die pro-Kopf-Zahlen als Vergleichsbasis zu wählen, weil die Ausgaben in erster Linie von der ziemlich stark variierenden durchschnittlichen Anzahl von Familienangehörigen abhängig sind. Die durchschnittlichen Familiengrössen der Haushaltsrechnungen schwanken zwischen einem Minimum von 4,10 Personen und einem Maximum von 4,65 Personen pro Familie. Bei den Einkommen ist die pro-Kopf-Berechnung nicht notwendig, da der weitaus grösste Teil (rund 90%) des Familieneinkommens, wie aus den Haushaltsrechnungen ersichtlich ist, vom Einkommen des Familienoberhauptes, d. h. einer Person, abhängig ist. Die konkreten Berechnungen haben im übrigen erwiesen, dass die Beziehungen zwischen pro-Kopf-Ausgaben und Familieneinkommen aussagekräftiger sind als die Beziehungen zwischen pro-Kopf-Ausgaben und pro-Kopf-Einkommen.

In der Folge wollen wir Konsum- und Sparquoten in Abhängigkeit der errechneten Einkommensklassen näher untersuchen. Auf Grund des vorliegenden Zahlenmaterials liessen sich die Grenzneigungen zum Konsum und Sparen sowie die entsprechenden Elastizitäten berechnen.

Tabelle 1. Grenzneigungen und Elastizitäten der Konsum- und Sparfunktion

Einkommen pro Familie in Franken	Konsum pro Kopf in Franken	Grenzneigung zum Konsum	Grenzneigung zum Sparen ¹	Elastizität der Konsumfunk- tion $\frac{\Delta y}{y} \cdot \frac{x}{\Delta x}$	Elastizität der Sparfunktion $\frac{\Delta x - \Delta y}{x - y} \cdot \frac{x}{\Delta x}$
x	y	$\frac{\Delta y}{\Delta x}$	$\frac{\Delta x - \Delta y}{\Delta x}$	$\frac{y}{\Delta x} \cdot \frac{x}{x}$	$\frac{\Delta x - \Delta y}{\Delta x} \cdot \frac{x}{x}$
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)
12 660	2987				
		0,21	0,015	0,88	3,68
15 000	3471				
		0,19	0,015	0,82	2,49
16 960	3842				
		0,15	0,021	0,64	3,05
18 940	4130				
		0,15	0,023	0,68	2,70
22 670	4685				

Aus Tab. 1 ist beispielsweise ersichtlich, dass eine Familie mit einem Einkommen von Fr. 12 660.— geneigt ist, bei einer Einkommenssteigerung von Fr. 100.— zusätzlich Fr. 21.— pro Kopf in den Konsumsektor abzubringen und Fr. 1.50 pro Kopf als Sparquote beiseite zu legen.

Diese Berechnungen zeigen uns deutlich, dass die Konsumneigung mit zusätzlichem Einkommen abnimmt, die Sparneigung dagegen zunimmt. Die Konsumfunktion ist verhältnismässig unelastisch und weist im untersuchten Einkommensbereich eher sinkende Tendenz auf. Die Sparfunktion dagegen darf als sehr elastisch bezeichnet werden mit Schwankungen zwischen rund 2,5 und 3,7. Ein weiterer wesensmässiger Zusammenhang zwischen Einkommen und Elastizität kann im übrigen nicht festgestellt werden; d. h. über die Variationen der Elastizitäten bei variablem Einkommen können aus unsern Untersuchungen keine Gesetzmässigkeiten abgeleitet werden. Dafür war die untersuchte Einkommensbreite zu schmal. Es zeigt sich klar, dass die generelle Konsumfunktion im untersuchten Einkommensbereich noch weit davon entfernt ist, ein Sättigungsniveau aufzuweisen. So wie die Verhältnisse sind, könnte die Konsumfunktion erst bei sehr hohen Einkommen eine Verflachung zeigen. Wenn wir auch feststellen müssen, dass die allgemeine Konsumfunktion praktisch kein Sättigungsniveau aufweist, so ist dies nicht der Fall für verschiedene partielle Konsumfunktionen, wie wir später sehen werden.

¹ Die Addition von Konsum- und Sparneigung ergibt nicht eins, weil der Konsum pro Kopf in Beziehung steht zum Einkommen pro Familie.

3. Die Konsumstruktur

Zur Illustration des Einkommenseffektes auf die Ausgabenstruktur stellen wir die Ausgaben der untersten und obersten Einkommensklassen einander absolut (Tab. 2) und relativ (Tab. 3) gegenüber.

Tabelle 2

Ausgabenstruktur der untersten und obersten Einkommensklasse in Franken

Ausgabengruppen	Ausgaben pro Familie in Franken bei einem Einkommen		Differenz in Prozent der untersten Einkommens- klasse
	bis zu 13 000 Fr.	von 22 000 Fr. und mehr	
	(1) Franken	(2) Franken	(3) = $\frac{(2)-(1)}{(1)}$ %
Nahrungsmittel	3 506,4	4 993,5	42,4
Genussmittel	416,6	723,6	73,7
Bekleidung	1 128,2	2 402,5	112,9
Miete	1 284,0	2 502,5	94,9
Wohnungseinrichtung	535,7	1 078,5	101,5
Heizung, Beleuchtung und Reini- gung	713,6	1 167,3	63,6
Gesundheitspflege	545,7	1 224,8	124,4
Bildung und Erholung	871,7	2 718,3	211,8
Verkehrsausgaben	431,9	1 266,0	193,1
Versicherungen	1 553,5	2 802,5	107,1
Steuern und Gebühren	384,6	1 431,8	272,3
Gesellschaftsausgaben und Ver- schiedenes	377,2	960,0	154,5
Total	11 549,1	23 270,3	101,5

Bei steigenden Einkommen gewinnen alle Ausgabengruppen an absoluter Bedeutung. Die prozentuale Ausgabendifferenz von rund 100% der Totalausgaben repräsentiert die durchschnittliche Zunahme der Ausgaben im untersuchten Einkommensbereich. Aus Kolonne 3 ist leicht ersichtlich, welche Ausgabengruppen bei zunehmendem Einkommen eine überdurchschnittliche und welche eine unterdurchschnittliche Zunahme erfahren im Vergleich zu der mittleren Zunahme der Totalausgaben.

Tabelle 3

Ausgabenstruktur der untersten und obersten Einkommensklasse in Prozent

Ausgabengruppen	Verteilung der Ausgaben pro Einkommensklasse in Prozent		Klare Zunahme (Z) resp. Abnahme (A) des Anteils
	bis zu 15 000 Fr. Familieneinkommen %	von 22 000 Fr. und mehr Familieneinkommen %	
	(1)	(2)	(3)
Nahrungsmittel	30,4	21,5	A
Genussmittel	3,6	3,1	A
Bekleidung	9,8	10,3	
Miete	11,1	10,8	
Wohnungseinrichtung	4,7	4,6	
Heizung, Beleuchtung und Reinigung	6,2	5,0	A
Gesundheitspflege	4,7	5,3	Z
Bildung und Erholung	7,5	11,7	Z
Verkehrsausgaben	3,7	5,4	Z
Versicherungen	11,7	12,0	
Steuern und Gebühren	3,3	6,2	Z
Gesellschaftsausgaben und Verschiedenes	3,3	4,1	Z
	100	100	

Die Ausgaben für Nahrungsmittel, Genussmittel, Heizung, Beleuchtung und Reinigung verlieren an Bedeutung. Für die Nahrungsmittelausgaben bedeutet diese Analyse eine erneute Bestätigung des Engelschen Gesetzes. Einen ungefähr stabilen Anteil stellen wir bei den Ausgaben für Bekleidung, Miete, Wohnungseinrichtung und Versicherungen fest. Eine verhältnismässige Zunahme erfahren die Ausgaben für Gesundheitspflege, Bildung und Erholung, Verkehr, Steuern und Gebühren, Gesellschaftsausgaben und Verschiedenes. Allgemein zeigt sich die bekannte Tatsache, dass die Existenzausgaben bei zunehmenden Einkommen an Gewicht verlieren und die Wahlausgaben zunehmen. Wir erkennen, dass die Ausgaben für Genussmittel relativ abnehmen; dies lässt auf eine verhältnismässig unelastische Nachfrage schliessen. Die Genussmittelausgaben weisen somit ausgeprägten Nahrungsmittelcharakter auf. Ferner stellen wir fest, dass das Schwabsche Gesetz der abnehmenden Mietausgaben bei zunehmenden Einkommen auf unsere Verhältnisse kaum zutrifft, was im übrigen nicht weiter erstaunlich ist. Zudem fällt auf, dass die Verkehrsausgaben durchschnittlich einen eher bescheidenen Platz einnehmen. Das

BIGA¹ berechnet für die Autobesitzer eine Quote von rund 9% der gesamten Haushaltsaufwendungen für Verkehrsausgaben. Leider ist es aber nicht möglich, eine separate Ausgabenstruktur für Autobesitzer auszuweisen; es steht lediglich fest, dass der Besitz eines Autos die Ausgabenstruktur erheblich beeinflusst.

Beurteilen wir die Resultate in bezug auf die 3 Wirtschaftssektoren, so finden wir die von *Menz* in seiner Dissertation zusammengestellten Thesen mit einer Ausnahme bestätigt; der primäre Sektor (Nahrungsmittel, Miete, Wohnung) verliert relativ an Bedeutung im Vergleich zum sekundären und tertiären Sektor (Verkehr, Gesundheitspflege, Versicherungen, Gesellschaftsausgaben). Eine ausserordentliche relative Zunahme hat die Gruppe Bildung und Erholung zu verzeichnen. Die Ausnahme bildet die Gruppe Bekleidung, die prinzipiell dem primären Sektor zuzuteilen wäre, die jedoch statt einer Abnahme zumindest eine Konstanz, wenn nicht sogar eine leichte Zunahme ihres Anteils an den Ausgaben bei steigenden Einkommen erkennen lässt. Aus diesen Gliederungen ist nicht nur die Tatsache der Änderung festzustellen, sondern auch das ungefähre Tempo der Entwicklung, was für die Beurteilung der Zukunft von speziellem Interesse ist.

4. Die partiellen Konsumfunktionen

4.1. Der Funktionstyp

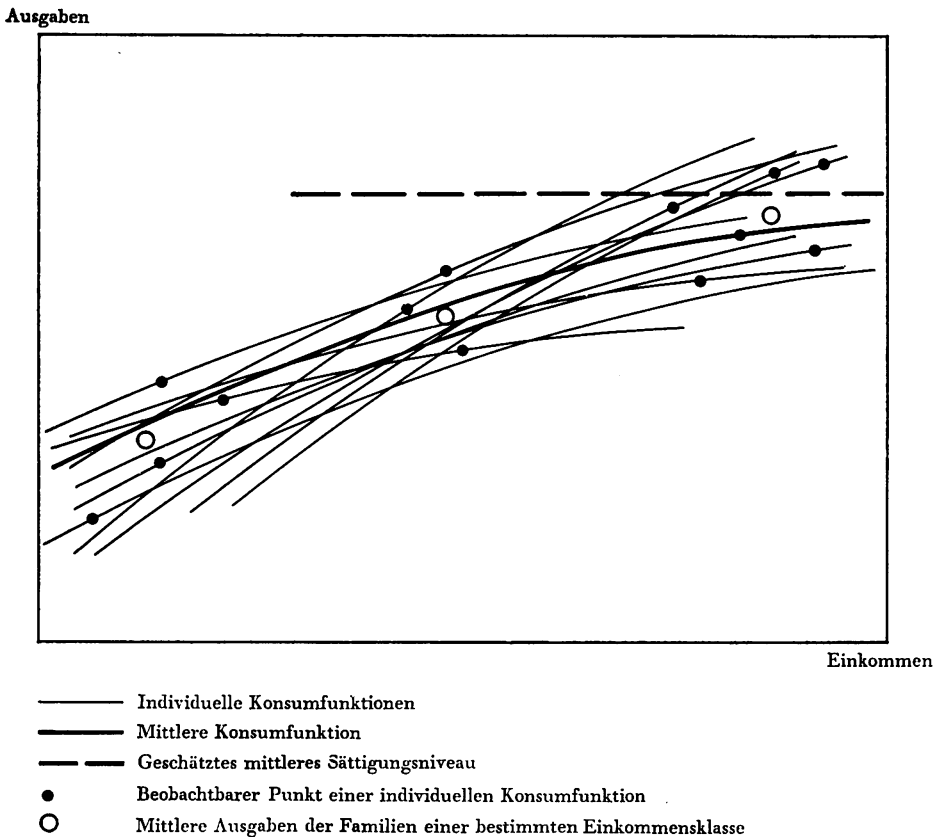
Zur Untersuchung des Konsumverhaltens wäre es naheliegend, eine Reihe individueller Konsumfunktionen zu studieren. Die Ausgaben einzelner Familien sollten also gemessen werden bei variablem Einkommen, um ein Bild des Einkommenseffektes auf das Konsumverhalten einzelner Familien zu erhalten. Dieses Vorgehen würde aber auf grosse Schwierigkeiten stossen, indem es notwendig wäre, dieselben Familien während mehrerer Jahre bei variablem Einkommen zu beobachten. So ist diese Methode in praxi kaum durchführbar, zudem ist sie auch theoretisch fragwürdig, weil während einer Zeitspanne mehrerer Jahre die *ceteris paribus*-Voraussetzungen nicht gewährleistet sein dürften. Eine andere Möglichkeit, die praktisch realisierbar wäre, ergibt sich, wenn in einem bestimmten Zeitraum eine Gruppe von Familien mit variablen Einkommen und den zugeordneten Ausgaben untersucht werden könnte. Wir würden dann einen Punkt der individuellen Konsumfunktion der betreffenden Familien analysieren, und das Ergebnis wäre, grafisch gesehen, ein Punkteschwarm. Voraussetzung zu einer solchen Studie wären die detaillierten Einzelwerte jeder zu untersuchenden Familie. Der beobachtete Punkteschwarm würde dann durch eine passende mittlere Konsumfunktion ersetzt und dazu

¹ Vgl. Die Volkswirtschaft, Nr. 9, 1965, S. 474.

liesse sich die Grenzneigungs- und Elastizitätsfunktion ermitteln; zudem wäre es möglich, ein eventuell vorhandenes Sättigungsniveau zu schätzen. Bei Untersuchungen nach dieser Methode müssen wir voraussetzen, dass Familien, deren Einkommen spürbare Veränderungen erfahren, ihr Verhalten tatsächlich den neuen Einkommenssituationen anpassen¹.

Als dritte Variante zeigt sich die in der vorliegenden Untersuchung angewandte Methode (Vgl. Abb. 1). In der Regel wird das Einkommen in Klassen erfasst mit einem repräsentativen mittleren Einkommen und den zugeordneten durchschnittlichen Ausgaben der Familien in dieser Klasse. Der Punkteschwarm wird reduziert auf eine Folge von Punkten, die wiederum durch eine passende Konsumfunktion approximiert werden kann.

Abbildung 1. Theoretisches Konsummodell



¹ Vgl. S.J. Prais and H.S. Houthakker, *The Analysis of Family Budgets*, Cambridge, 1955.

In diesem Falle sollte neben den mittleren Ausgaben auch das Ausmass der Streuung der einzelnen Ausgaben um das Mittel innerhalb einer Klasse ausgewiesen werden, damit ein tieferer Einblick in das Konsumverhalten bei variierenden Einkommen ermöglicht würde. Informationen über die Streuung sind leider nicht vorhanden, und so ist es nicht möglich, etwas über die Fehlerausmasse auszusagen.

Die Literatur gibt uns eine zahlreiche Auswahl von theoretischen Konsumfunktionstypen. Die am meisten verwendeten seien hier zusammengestellt¹.

Tabelle 4
Ausgewählte Konsumfunktionen, ihre Grenzneigung und Elastizität

Funktionstyp	Konsumfunktion $F(x)$	Grenzneigung $g(x)$	Elastizität $e(x)$
1. Linear	$a + bx$	b	$\frac{bx}{a + bx}$
2. Quadratisch	$a + bx + cx^2$	$b + 2cx$	$\frac{bx + 2cx^2}{a + bx + cx^2}$
3. Logarithmisch	$e^{a+b \log x}$ *)	$\frac{b}{x} e^{a+b \log x}$	b
4. Halblogarithmisch	$a + b \log x$	$\frac{b}{x}$	$\frac{b}{a + b \log x}$
5. Invers	$a - \frac{b}{x}$	$\frac{b}{x^2}$	$\frac{b}{ax - b}$
6. Lognormal	$\kappa \int_0^{\log x} \frac{1}{\sqrt{2\pi} \beta x} e^{-\frac{1}{2} \left(\frac{\log x - \alpha}{\beta} \right)^2} dx$	$\frac{1}{\beta} \frac{Z(t)}{P(t)} \frac{F(x)}{x}$ **)	$\frac{1}{\beta} \frac{Z(t)}{P(t)}$ **)
7. Logistisch	$\kappa \{1 + e^{-(\alpha + \beta x)}\}^{-1}$	$[F(x)]^2 \frac{\beta}{\kappa} e^{-(\alpha + \beta x)}$	$F(x) \frac{\beta x}{\kappa} e^{-(\alpha + \beta x)}$

*) Log = natürlicher Logarithmus.
 **) $t = (\log x - \alpha) / \beta$; $Z(t)$ und $P(t)$ siehe statistischen Anhang.

Einige Eigenschaften dieser Funktionstypen seien kurz diskutiert.

¹ Vgl. *M. L. M. Goreux*, Income and Food Consumption, Monthly Bulletin of Agricultural Economics and Statistics, Vol. IX, Nr. 10, October 1960.

Typ 1 ist die einfachste Konsumfunktion und dann anwendbar, wenn die Grenzneigung ungefähr konstant ist. Die quadratische Funktion ist geeignet, progressive Verläufe von Konsumfunktionen zu erfassen. Die Typen 3, 4 und 5 können durch Wahl spezieller Papiere (logarithmisch, halblogarithmisch) leicht in lineare Verläufe transformiert werden. Typ 3 gilt zudem als Funktion konstanter Elastizität. Die Typen 1–5 weisen einen wesentlichen Nachteil auf, indem es mit ihrer Hilfe nicht möglich wird, ein Sättigungsniveau zu schätzen. Um diesem Mangel abzuhelpfen, müssen lognormale oder logistische Funktionen, die einander sehr ähnlich sind, gewählt werden. Es wäre verfehlt, ein Werturteil über Vor- und Nachteile der lognormalen und logistischen Funktion abzugeben, wie aus folgendem Zitat hervorgeht¹:

«General authors have pointed out that the logistic and cumulative normal curves are very similar and Pittman and Lieberman have shown that even under practical experimental conditions estimates obtained from either assumption agree very closely.»

Die beiden Verfahren finden auch in andern Wissenschaften Verwendung. Ursprünglich wurden lognormale und logistische Funktionen von Biologen zur Lösung biometrischer Probleme angewandt. Eine umfassende Darstellung geben *D.J. Finney* in seinem Lehrbuch über «Probit Analysis»² und *J. Aitchison* und *J. A. C. Brown* in ihrer Abhandlung über «The Lognormal Distribution»³. In der vorliegenden Untersuchung wählten wir Typ 1 für die Ausgabengruppen Bekleidung, Miete/Wohnungseinrichtung, Heizung/Beleuchtung/Reinigung, Bildung/Erholung und Gesellschaftsausgaben. Die Wahl einfacher linearer Funktionen für diese Ausgabengruppen war statthaft, weil bereits das Bild der empirischen Ausgaben uns darauf gestossen hat und die Andeutung eines Sättigungsniveaus nicht feststellbar war. Die quadratische Funktion wurde für die Gruppe der Steuern und Gebühren, die als Zwangsausgaben ohnehin andern Gesetzen gehorchen, angewandt. Bei den Gruppen Nahrungs- und Genussmittel, Gesundheitspflege, Versicherungen und Verkehrsausgaben war es möglich, lognormale Funktionen anzuwenden und damit die entsprechenden Sättigungsniveaus zu schätzen.

Die Auswertungen werden ausserordentlich beschleunigt unter Einsatz eines elektronischen Rechengerätes. Zu diesem Zwecke war es notwendig, ein *Fortran* Programm für das uns zur Verfügung stehende elektronische Rechengerät Bull Gamma 30 S auszuarbeiten. Die Maschine benötigte für die umfangreichen Berechnungen einer Konsumfunktion ungefähr 1 Minute.

¹ *J. Cornfield* and *N. Mantel*, Some New Aspects of the Application of Maximum Likelihood to the Calculation of the Dosage Response Curve, *J. American Statist. Ass.*, Vol. 45 (1950), S. 181–210.

² *D.J. Finney*, *Probit Analysis*, Cambridge 1962.

³ *J. Aitchison* and *J. A. C. Brown*, *The Lognormal Distribution*, Cambridge 1957.

4.2. Die Ergebnisse

Die durchschnittlichen Jahresausgaben pro Ausgabengruppe und Familie wurden umgerechnet in Jahresausgaben pro Kopf, und dabei ergab sich das in Tab. 5 zusammengefasste Bild.

Tabelle 5

Jahresausgaben pro Kopf nach Ausgabengruppen und Einkommen
pro Familie 1963

Ausgabengruppen	Jahreseinkommen pro Familie in Franken				
	12 660	15 000	16 960	18 940	22 670
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)
1. Nahrungs- und Genussmittel	964,5	1045,5	1076,5	1122,2	1155,6
2. Bekleidung	298,7	529,5	567,5	411,2	485,2
3. Miete, Wohnungseinrichtung	478,1	582,7	640,6	651,1	765,2
4. Heizung, Beleuchtung, Reinigung	189,5	201,8	211,7	220,8	255,6
5. Gesundheitspflege	153,5	185,9	207,0	259,4	255,5
6. Bildung und Erholung	258,8	505,1	543,4	424,5	555,0
7. Verkehrsausgaben	112,6	147,2	208,9	221,4	230,5
8. Versicherungen	347,5	422,0	492,7	505,7	572,8
9. Steuern und Gebühren	99,5	126,7	144,7	181,6	260,0
10. Gesellschaftsausgaben	103,6	129,6	145,9	152,6	196,1

Auf Grund dieser empirischen Werte wurden theoretische partielle Konsumfunktionen errechnet. Führt die lognormale Konsumfunktion zu keinem Sättigungsniveau, so zeigte sich eine lineare oder eine quadratische Ausgleichung als genügend. Die Abbildungen 2 und 3 geben die theoretischen Konsumfunktionen wieder; dabei ist zu beachten, dass der Massstab der Ordinate in den beiden Abbildungen nicht derselbe ist.

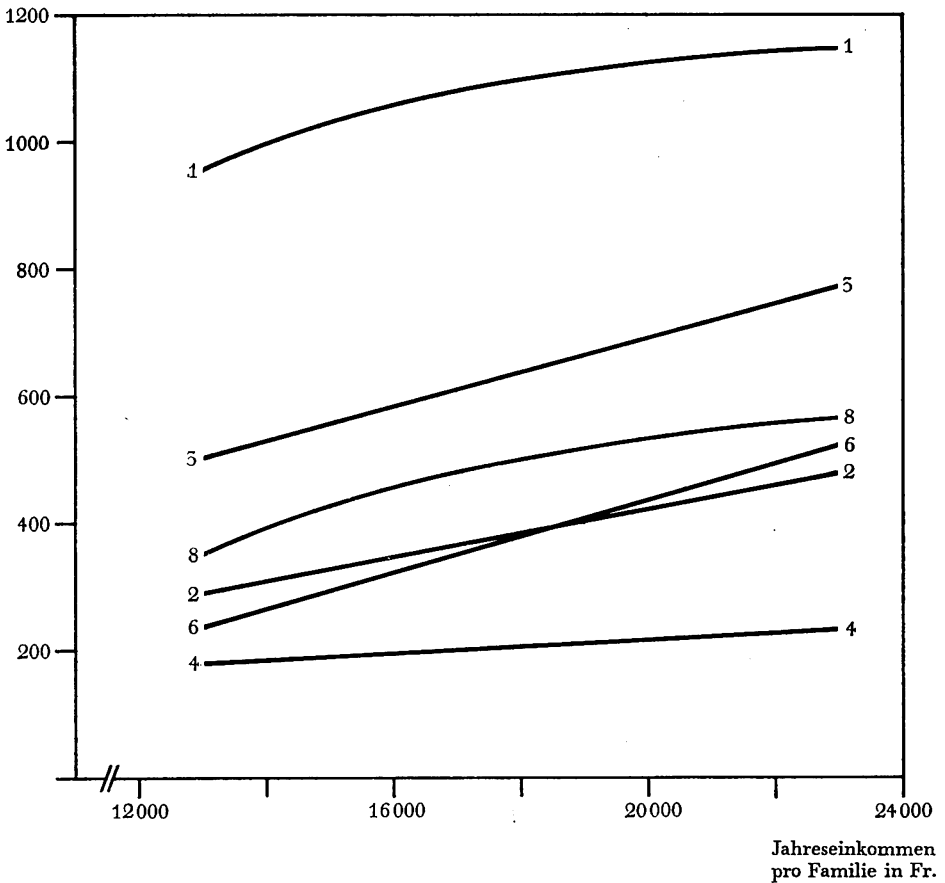
Für jede partielle Konsumfunktion können wir nun eine neue Funktion $g(x)$, die Grenzneigung zum Konsum, definieren, nämlich

$$g(x) = \frac{dF(x)}{dx}.$$

Für die unterste, die mittlere und die oberste Einkommensklasse werden die Grenzneigungen zum Konsum in Tabelle 6 ausgewiesen.

Abbildung 2. Partielle Konsumfunktionen

Jahresausgaben pro Kopf in Fr.



- 1 Nahrungs- und Genussmittel
- 2 Bekleidung
- 3 Miete, Wohnungseinrichtung

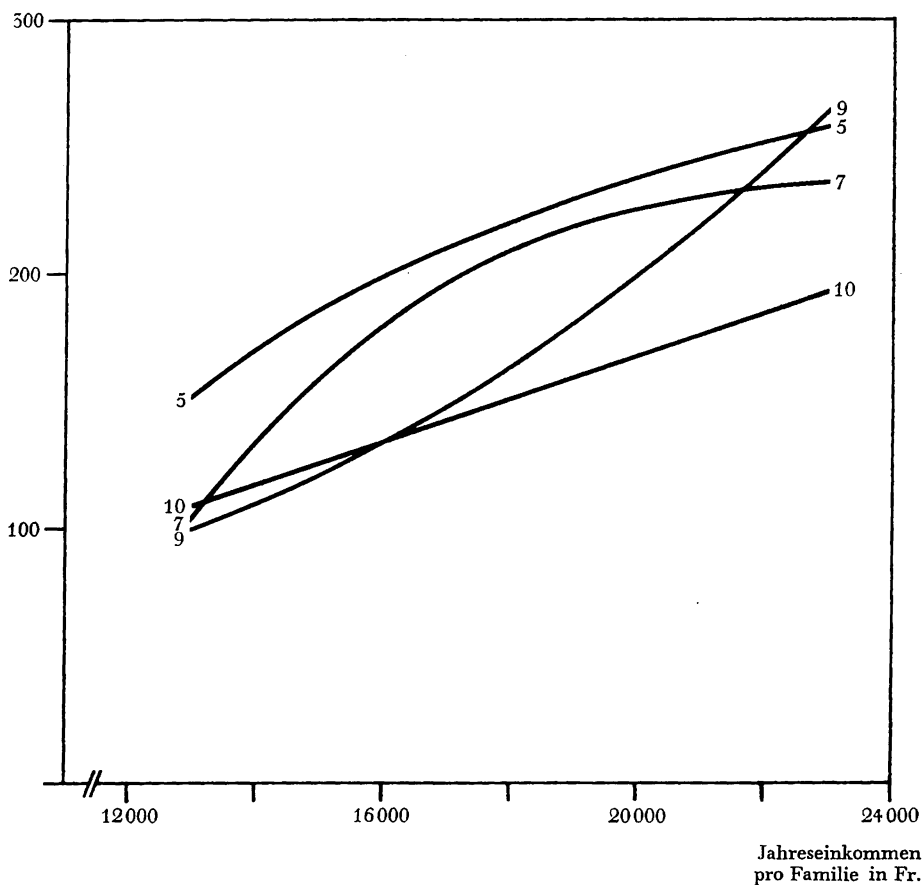
- 4 Heizung, Beleuchtung, Reinigung
- 6 Bildung, Erholung
- 8 Versicherungen

Ein Vergleich von Tabelle 1, Kolonne 3 $\left(\frac{\Delta y}{\Delta x}\right)$, und Tabelle 6 zeigt, dass die

Summen der partiellen Grenzneigungen und die empirisch ermittelten Grenzneigungen der allgemeinen Konsumfunktion gut übereinstimmen. In Tabelle 1 sind die Grenzneigungen gültig für das Intervall, wobei sie in den Klassenmitten am repräsentativsten sind, in Tabelle 6 stellen sie die geschätzten Grenzneigungen bei einem bestimmten Einkommen dar.

Abbildung 3. Partielle Konsumfunktionen

Jahresausgaben pro Kopf in Fr.



5 Gesundheitspflege

9 Steuern und Gebühren

7 Verkehrsausgaben

10 Gesellschaftsausgaben und Verschiedenes

Für die Gruppen Nahrungs- und Genussmittel, Gesundheitspflege, Verkehr und Versicherungen stellen wir fest, dass die Konsumneigungen bei steigenden Einkommen abnehmen. Wir haben es bei diesen Ausgabengruppen also mit degressiven Funktionen zu tun, die in irgendeiner Form einem Sättigungsniveau zustreben. Bei den Gruppen Bekleidung, Miete/Wohnungseinrichtung, Heizung/Beleuchtung/Reinigung, Bildung/Erholung und Gesellschaftsausgaben zeigen sich konstante Konsumneigungen, also lineare Funktionen, die im untersuchten Einkommensbereich keinerlei Sättigungsniveaus erkennen lassen. Die progressive Funktion der Zwangsausgaben, Steuern und Gebühren,

Tabelle 6

Grenzneigung zum Konsum pro Kopf nach Ausgabengruppen und Jahreseinkommen 1963 (Grenzneigungen der partiellen Konsumfunktionen)

Ausgabengruppe	Jahreseinkommen pro Familie in Franken		
	12 660	16 960	22 670
(1)	(2)	(3)	(4)
1. Nahrungs- und Genussmittel	0,059	0,019	0,008
2. Bekleidung	0,019	0,019	0,019
3. Miete, Wohnungseinrichtung	0,027	0,027	0,027
4. Heizung, Beleuchtung, Reinigung	0,005	0,005	0,005
5. Gesundheitspflege	0,017	0,011	0,006
6. Bildung und Erholung	0,030	0,030	0,030
7. Verkehrsausgaben	0,027	0,014	0,002
8. Versicherungen	0,039	0,023	0,010
9. Steuern und Gebühren	0,010	0,016	0,022
10. Gesellschaftsausgaben usw.	0,009	0,009	0,009
Total	0,222	0,172	0,138

weist als Spezialfall mit zunehmenden «Konsumneigungen» bei steigenden Einkommen erst recht kein Sättigungsniveau auf. Es ist dies die einzige Ausgabengruppe, bei der wir mit Sicherheit feststellen können, dass kein Sättigungsniveau vorhanden sein wird.

Aus Tabelle 6 sind auch konkrete Ergebnisse zu ermitteln; zum Beispiel ist ersichtlich, dass eine Familie mit einem Jahreseinkommen von Fr. 12 600.– bei einer Zunahme des Familieneinkommens von Fr. 100.– die pro-Kopf-Ausgaben für Nahrungs- und Genussmittel um Fr. 3.90, diejenigen für Bekleidung um Fr. 1.90, diejenigen für Miete um Fr. 2.70 usw. erhöhen wird.

Eine vergleichende Betrachtung der verschiedenen Einkommensklassen lässt deutlich erkennen, in welchem Ausmass die verschiedenen Ausgabengruppen absolut profitieren werden bei steigendem Einkommen.

Entsprechend können wir die Elastizität $e(x)$ der partiellen Konsumfunktionen

$$e(x) = \frac{dF(x)}{dx} \cdot \frac{x}{F(x)}$$

ermitteln und tabellieren (vgl. Tab. 7).

Die Elastizität als Verhältnis der relativen Variation vermag die untersuchten Tatbestände besser zu illustrieren als die Konsumneigung. Die Konsumneigungen messen die absoluten Variationen und haben in Zeiten mit

Tabelle 7

Elastizitäten nach Ausgabengruppen und Jahreseinkommen 1963
(Elastizitäten der partiellen Konsumfunktionen)

Ausgabengruppen	Jahreseinkommen in Franken		
	12 660	16 960	22 670
(1)	(2)	(3)	(4)
1. Nahrungs- und Genussmittel	0,51	0,29	0,15
2. Bekleidung	0,85	0,87	0,88
3. Miete, Wohnungseinrichtung	0,70	0,75	0,80
4. Heizung, Beleuchtung, Reinigung	0,35	0,40	0,48
5. Gesundheitspflege	1,42	0,90	0,51
6. Bildung und Erholung	1,60	1,48	1,27
7. Verkehrsausgaben	3,33	1,19	0,22
8. Versicherungen	1,41	0,82	0,41
9. Steuern und Gebühren	1,4	1,8	1,9
10. Gesellschaftsausgaben usw.	1,11	1,11	1,15

ausgeprägtem Inflationscharakter offensichtlich nur beschränkte Gültigkeit, während die Elastizitäten in dieser Hinsicht immun sind. So sind Elastizitäten als Massstäbe für Untersuchungen, die zeitlich auseinanderliegen, allein geeignet und auch für internationale Studien sind sie die sinnvollsten Vergleichswerte.

Bei den Elastizitäten interessieren uns Ausmass und Variationen bei variablem Einkommen. Das Ausmass gibt uns Auskunft über die Frage nach dem Elastizitätsgrad einer bestimmten Funktion an einem bestimmten Punkt und die Variation der Elastizität lässt sich durch Vergleich der verschiedenen Einkommensklassen einer bestimmten Ausgabengruppe feststellen.

Wir erkennen zunächst, dass die Elastizitäten überall positiv sind und mit variablem Einkommen selbst variieren. Die Gruppen Nahrungs- und Genussmittel, Gesundheitspflege, Bildung und Erholung, Verkehr und Versicherung weisen eine Abnahme der Elastizität bei steigenden Einkommen auf, die Gruppen Bekleidung, Miete/Wohnungseinrichtung, Heizung/Beleuchtung/Reinigung, Steuern/Gebühren lassen eine mehr oder weniger ausgeprägte Zunahme der Elastizität bei steigenden Einkommen erkennen. Aus Tabelle 7 lässt sich beispielsweise konkret ermitteln, dass eine Familie mit einem Einkommen von Fr. 16 960.– bei einer Einkommenssteigerung um 1% die Ausgaben für Nahrungs- und Genussmittel um 0,29%, für Bekleidung um 0,87%, Miete/Wohnungseinrichtung um 0,75%, Bildung und Erholung um 1,48% usw. erhöhen wird.

Die lognormale Approximation von Konsumfunktionen birgt den wesentlichen Vorteil in sich, ein Sättigungsniveau zu schätzen – ein Niveau über das hinaus die Ausgaben im Mittel nicht erhöht werden bei unbeschränkter Einkommenssteigerung. Unter Sättigungsniveau oder Sättigungsgrenze verstehen wir also die bei unbegrenztem Einkommen im Durchschnitt zu erwartenden Ausgaben für eine bestimmte Bedarfsgruppe. Das geschätzte Sättigungsniveau ist selbst als ein Mittelwert der betrachteten Gesamtheit zu interpretieren, dem eine Streuung anhaftet, die leider wiederum nicht bestimmt werden konnte, da die Möglichkeit einer Streuungsanalyse nicht gegeben war. (Vgl. Statistischer Anhang). Der erreichte Sättigungsgrad ist gleich den durchschnittlichen Ausgaben in % des entsprechenden Sättigungsniveaus bei gegebenem Einkommen für eine bestimmte Bedarfsgruppe. Somit ist die Beziehung der pro-Kopf-Ausgaben zum Sättigungsniveau durch die Formel $\text{Sättigungsgrad} \cdot \text{Sättigungsniveau} = \text{Ausgaben pro Kopf}$ gegeben. Sind einmal die Sättigungsniveaus bekannt, kann man das Verhalten der Konsumenten in Sättigungskurven zum Ausdruck bringen, die die Ausgaben in Prozent des Sättigungsniveaus und in Abhängigkeit des Einkommens darstellen.

Die Haushaltsrechnungen 1963 haben es erlaubt, die Sättigungsniveaus für die folgenden Bedarfsgruppen zu errechnen (vgl. Tab. 8).

Tabelle 8
Sättigungsniveaus für 4 Ausgabengruppen

Ausgabengruppe	Maximale Ausgaben pro Kopf pro Jahr in Franken
(1)	(2)
1. Nahrungs- und Genussmittel	1214
5. Gesundheitspflege	307
7. Verkehrsausgaben	241
8. Versicherungen	641

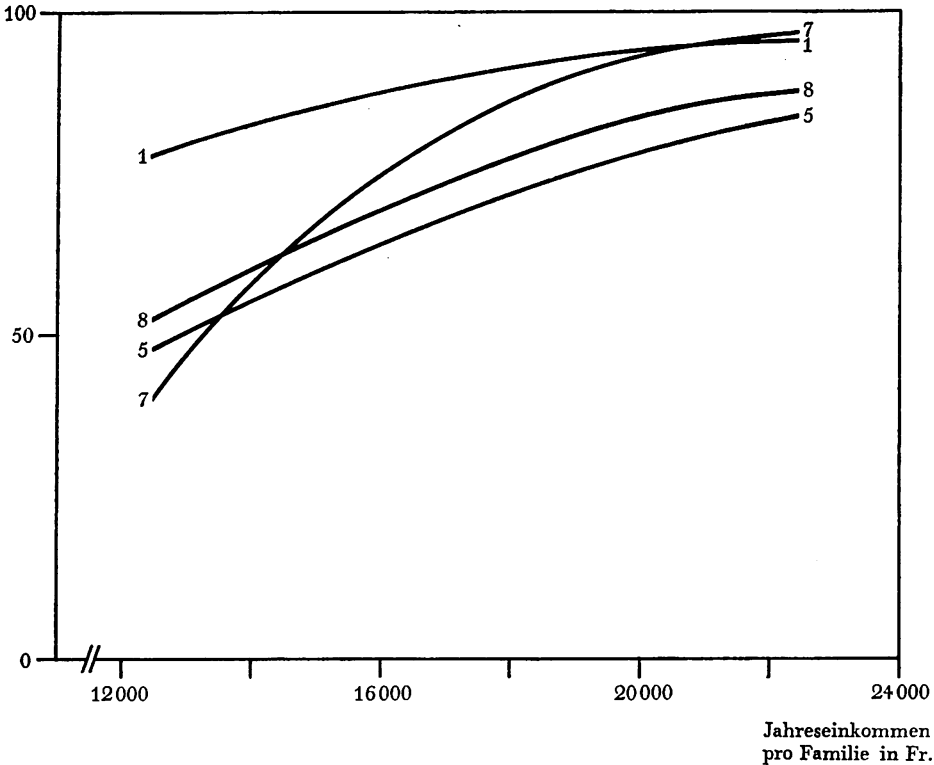
Die entsprechenden Sättigungskurven sind in der Abb. 4 wiedergegeben.

Die errechneten Sättigungskurven erlauben interessante Feststellungen über die vorhandenen Marktpotentials. Das theoretische Marktpotential liegt für eine bestimmte Ausgabengruppe zwischen der Sättigungskurve und dem Sättigungsniveau. Konkrete Anhaltspunkte liessen sich bei Kenntnis der Bevölkerungsschichten in den einzelnen Einkommensklassen gewinnen.

Verhältnismässig am meisten gesättigt erweist sich die Gruppe der Nahrungs- und Genussmittel, obwohl auch hier bei einem mittleren erreichten Sättigungs-

Abbildung 4. Sättigungskurven partieller Konsumfunktionen

Jahresausgaben pro Kopf
in Prozent des Sättigungsniveaus



1 Nahrungs- und Genussmittel
5 Gesundheitspflege

7 Verkehrsausgaben
8 Versicherungen

grad von rund 80% noch beachtliche Reserven vorhanden sind. Auch die Gruppe Gesundheitspflege lässt bei einem mittleren erreichten Sättigungsgrad von 74% insbesondere in den unteren Einkommensschichten noch etliche Lücken offen. Die Verkehrsausgaben sind offensichtlich stark abhängig vom Besitz eines Autos. In den unteren Einkommensschichten ist in der Regel kein Auto anzutreffen, aber das starke Bedürfnis nach dem Besitz eines solchen ist vorhanden. In der obersten Einkommensschicht dürfte in der Regel ein Auto vorhanden sein, und so strebt die Sättigungskurve der Verkehrsausgaben rasch dem Sättigungsniveau zu. Die Versicherungsausgaben neigen in der obersten Einkommensschicht bereits dem Sättigungsniveau zu, aber bei einem mittleren erreichten Sättigungsgrad von 78% sind in den unteren Einkommensschichten noch ausgeprägte Bedürfnisse vorhanden.

Die Tatsache, dass die meisten Sättigungskurven noch etliche Reserven aufweisen sowie die Feststellung, dass sich für gewisse Ausgabengruppen überhaupt noch keine Sättigungsniveaus erkennen lassen, sind darauf zurückzuführen, dass wir nur einen, gesamthaft gesehen, unteren Einkommensbereich analysieren konnten. Somit erweist sich der untersuchte Einkommensbereich als zu eng, um verbindliche Aussagen zu machen, und infolgedessen sind die Ergebnisse mit Vorsicht zu interpretieren. Es zeigt sich aber auch, wie wünschbar es wäre, einen Einkommensbereich zu erfassen, der es ermöglichen würde, die Verwendung hoher und höchster Einkommen zu untersuchen.

5. Schlussbemerkungen

Aus der gemachten Analyse wird klar, dass sowohl Grenzneigungen als auch Elastizitäten bei variablen Einkommen in der Regel selbst variieren. Es dürfte von erheblichem Interesse sein, nicht nur ungefähr über die Tatsachen der Änderungen an und für sich Bescheid zu wissen, sondern einigermassen klare Vorstellungen über die Geschwindigkeiten der auftretenden Entwicklungen zu besitzen. Für einzelne Wirtschaftszweige könnten Elastizitäten und Grenzneigungen wertvolle Hinweise geben über die vermutlichen zukünftigen Entwicklungen und demzufolge könnten diese Koeffizienten wichtige Hilfsmittel bei planerischen Arbeiten aller Art darstellen.

Einzelne Produkte wandeln oft im Verlaufe einer längeren Periode insofern ihren Charakter, als sie zuerst als Neuheit ausgesprochenen Luxuscharakter (Fernsehapparate) aufweisen, dann ein allgemein gebräuchliches Massengut werden (Radios) und später unter Umständen sogar «inferioren» Charakter annehmen, und als solche mit negativen Einkommenselastizitäten versehen sind, wie beispielsweise die billigen Volksnahrungsmittel Brot, Milch, Kartoffeln. Es ist ohne weiteres möglich, mit Hilfe der geschilderten Methoden einzelne Produkte in bezug auf ein Sättigungsniveau zu untersuchen, um so eingehendere Vorstellungen über ihren gegenwärtigen Produktcharakter zu gewinnen. So sehen wir in den dargestellten Methoden auch ein brauchbares Marketinginstrument, sofern es möglich wird, einzelne Produkte zu untersuchen.

Marktforscher und Soziologen haben längst herausgefunden, dass der Konsum nicht nur von Einkommen und Preisen, sondern auch von der Änderung der Lebensgewohnheiten allgemein, von der Absatzförderung der Anbieter (Werbung, Verkaufsaktionen usw.), Änderungen in der Bevölkerungsstruktur (Altersaufbau, Familiengrösse, Landflucht, usw.), abhängig sind, und es wäre deshalb verfehlt, wenn bei Prognosen allein der Faktor Einkommen berücksichtigt würde. Zudem belehren uns Psychologen und Motivforscher mit Recht,

dass der Mensch sein Verhalten durchaus nicht allein nach seiner Ratio ausgerichtet, sondern dass vielmehr irrationale Momente eine erhebliche Rolle spielen, denken wir nur an die stark modeorientierten Wirtschaftszweige¹. Somit wären neben dem Einkommen als wichtigstem Bestimmungsgrund des Konsums die weiteren Einflussfaktoren zusätzlich zu berücksichtigen.

Spezielle Aufmerksamkeit verdient die Nachfrage nach langlebigen Gebrauchsgütern. *Katona*² ist überzeugt, dass die Ausgaben für solche Güter mit den ursprünglichen Nutzentheorien und den verfeinerten Einkommenstheorien (Keynes) allein nicht erklärt werden können. Er weist nach, dass Schwankungen in der Kaufbereitschaft, unabhängig von Kaufkraftschwankungen, die Nachfrage nach langlebigen Gebrauchsgütern entscheidend mitzubestimmen vermögen. Deshalb sei es notwendig, die Kaufbereitschaft mit in Betracht zu ziehen. Die Rolle des Einkommens stellt er als grundsätzliche finanzielle Voraussetzung zur Befriedigung von Bedürfnissen nicht etwa in Abrede, vielmehr sieht er die Theorie der Kaufbereitschaft als Verfeinerung der ursprünglichen Theorien.

Somit dürfen die errechneten Koeffizienten nicht als absolut gültige Massstäbe betrachtet werden, dies um so weniger, als die Zusammenhänge nur für einen beschränkten Zeitraum Gültigkeit haben. Die Erkenntnisse könnten jedoch erheblich vertieft werden, wenn solche Untersuchungen jährlich wiederholt würden. Dabei wäre es wünschenswert, einen möglichst breiten Einkommensbereich simultan zu analysieren. Jedenfalls besteht kein Zweifel, dass durch einen grosszügigen Ausbau und zugleich teilweise andere Zweckorientierung der Haushaltungsrechnungen nützliche Ergebnisse sowohl für die staatliche als auch die private Wirtschaftssphäre gewonnen werden könnten. Es dürfte in hochindustrialisierten Wirtschaften, die ausnahmslos durch einen hohen Lebensstandard der Bevölkerung und ein Überangebot an Verbrauchsgütern gekennzeichnet sind, zumindest für die Verbrauchsgüterindustrie von vitalem Interesse sein, das Problem der Sättigung gründlich zu studieren.

Mathematisch-Statistischer Anhang

In einem ersten Abschnitt werden die statistischen Verfahren aufgeführt, die vorgängig jeder Konsumanalyse durchgeführt werden sollten, um ein vollständiges Bild über die Streuungsverhältnisse zu erhalten. Anschliessend wird die von uns ausgezeichnete lognormale Konsumfunktion kurz besprochen.

¹ H. Weinhold, Grundlagen wirtschaftlicher Absatzförderung, St. Gallen 1964, S. 159 ff.

² G. Katona, Die Macht des Verbrauchers, Düsseldorf 1962.

1. Beurteilung der Streuung

1.1. Empirische Konsumfunktion

Für jede Erhebungseinheit – hier die Haushaltung – werden Einkommen und Ausgaben für bestimmte Bedarfsgruppen ermittelt. Die Haushalte lassen sich hernach in m Klassen nach steigendem Einkommen aufteilen mit der für jede Klasse repräsentativen Klassenmitte

$$x_j \quad (j = 1, 2, \dots, m).$$

In jede Klasse fallen n_j Haushalte mit den individuellen Ausgaben

$$a_{ij} \quad (i = 1, 2, \dots, n_j; j = 1, 2, \dots, m).$$

Die durchschnittlichen Ausgaben jeder Einkommensklasse betragen

$$\bar{a}_{.j} = \frac{1}{n_j} \sum_{i=1}^{n_j} a_{ij} \quad (j = 1, 2, \dots, m).$$

Die Punktepaaire $[x_j, \bar{a}_{.j}]$ für $j = 1, 2, \dots, m$, die grafisch wiedergegeben werden können, nennen wir die empirische Konsumfunktion.

1.2. Beurteilung der Homogenität der Streuung

Die Streuungen der Einzelwerte a_{ij} um das j -te Klassenmittel bestimmt sich zu

$$s_j^2 = \frac{1}{n_j - 1} \sum_{i=1}^{n_j} (a_{ij} - \bar{a}_{.j})^2 \quad (j = 1, 2, \dots, m)$$

und die Homogenität aller m Streuungsmasse kann mittels des Testes von *Bartlett*¹ überprüft werden. Grundsätzlich zeichnen wir zwei Fälle als Voraussetzung eines vernünftigen mathematisch-statistischen Modelles zur Wiedergabe von Konsumfunktionen aus. Unterscheiden sich die Streuungen s_j^2 nicht wesentlich in den gewählten Klassen, spricht man vom homoschedastischen Fall. Wächst die Streuung mit zunehmendem Einkommen an, so gelangt oft ein leicht verallgemeinertes Modell für den sogenannten heteroschedastischen Fall zur Anwendung. Beide Fälle werden ausführlich besprochen in der Abhandlung von *J. Aitchison* und *J. A. C. Brown*².

¹ *N. S. Bartlett*, Some Examples of Statistical Methods of Research in Agriculture and Biology, J. R. Statist. Soc., Suppl. 4 (1957), S. 137.

² *J. Aitchison* und *J. A. C. Brown*, The Lognormal Distribution, Cambridge 1957.

1.5. Beurteilung der durchschnittlichen Ausgaben

Ob überhaupt eine Abhängigkeit zwischen den Ausgaben und dem Einkommen besteht, kann mittels einer Streuungszerlegung beurteilt werden. Die Nullhypothese

$$H_0 : \bar{a}_{.1} = \bar{a}_{.2} = \dots = \bar{a}_{.m} = \bar{a}_{..}$$

wird der Alternativhypothese

H_1 : Mindestens zwei Klassenmittel sind verschieden

gegenübergestellt und mit Hilfe des F -Testes geprüft. Der zu errechnende F -Wert

$$F = \frac{DQ_Z}{DQ_I}$$

kann aus dem Schema der Streuungszerlegung leicht ermittelt und mit einem im voraus bestimmten Sicherheitspunkt $F(P; n_1^*, n_2^*)$, der abhängt von der Zahl der Freiheitsgrade und der Sicherheitsschwelle P (praktisch wählt man $P = 0,05$ oder $0,01$), verglichen werden. DQ_I ist zugleich ein Schätzwert für die Streuungskomponente innerhalb aller Klassen.

Schema der Streuungszerlegung

Streuungs- komponente	Freiheitsgrad	Summe der Quadrate	Durchschnitts- quadrat
Zwischen den Klassen	$n_1^* = m - 1$	$SQ_Z = \sum_{j=1}^m n_j (\bar{a}_{.j} - \bar{a}_{..})^2$	$DQ_Z = \frac{SQ_Z}{n_1^*}$
Innerhalb der Klassen	$n_2^* = \sum_{j=1}^m n_j - m$	$SQ_I = \sum_{j=1}^m \sum_{i=1}^{n_j} (a_{ij} - \bar{a}_{.j})^2$	$DQ_I = \frac{SQ_I}{n_2^*}$
Insgesamt	$n^* = \sum_{j=1}^m n_j - 1$	$SQ = \sum_{j=1}^m \sum_{i=1}^{n_j} (a_{ij} - \bar{a}_{..})^2$	

2. Lognormale Konsumfunktion

Das mathematische Modell, das für den homoschedastischen Fall zur Anwendung gelangt, ist gegeben zu

$$F(x) = \kappa \int_0^{\log x} \frac{1}{\sqrt{2\pi\beta x}} e^{-\frac{1}{2} \left[\frac{\log x - \alpha}{\beta} \right]^2} dx + \varepsilon.$$

ε sei normalverteilt mit Durchschnitt Null und Streuung σ_ε^2 . Ein Schätzwert für diese Streuung ist gefunden durch das vorgängig ermittelte Durchschnitts-
quadrat DQ_I aus der Streuungszerlegung. Daneben hängt $F(x)$ noch von den
Parametern κ , β und α ab. Für diese unbekannten Parameter können leider die
Maximum Likelihood-Schätzwerte nicht direkt bestimmt werden. Mittels einer
Taylor-Maclaurin-Entwicklung lässt sich die Likelihood-Funktion leicht linearisi-
rieren, so dass hernach die Parameter iteriert sukzessive verbessert werden
können.

Bezeichnen wir mit

$$Z(x) = \frac{1}{\beta\sqrt{2\pi}} \frac{1}{x} e^{-\frac{1}{2}\left[\frac{\log x - \alpha}{\beta}\right]^2}$$

den Wert der Häufigkeitsfunktion und mit

$$P(x) = \int_0^{\log x} Z(\xi) d\xi$$

den Wert der Verteilungsfunktion an der Stelle x , so kann das Iterationsver-
fahren durch ein Gleichungssystem charakterisiert werden.

$$\begin{bmatrix} \sum n P^2 & \sum n P Z x & \sum n P Z \\ \sum n P Z x & \sum n Z^2 x^2 & \sum n Z^2 x \\ \sum n P Z & \sum n Z^2 x & \sum n Z^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{k_v - k_{v-1}}{k_{v-1}} \\ b_v - b_{v-1} \\ a_v - a_{v-1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sum n P(q - P) \\ \sum n Z x(q - P) \\ \sum n Z(q - P) \end{bmatrix}$$

mit $q = \bar{a}_j / k_{v-1}$. Die Glieder der Matrize beidseitig der Gleichung sind
Summen über alle Einkommensklassen, z. B.

$$\sum n P Z x = \sum_{j=1}^m n_j P(x_j) Z(x_j) x_j.$$

Dabei müssen zuerst grobe Schätzungen für k_0 , b_0 und a_0 vorhanden sein.
Aus ihnen lassen sich die Schätzwerte k , b und a sukzessive verbessern. Die
Wertepaare $[x, F(x)]$ stellen die theoretische Konsumfunktion dar, die sich als
Kurve graphisch leicht veranschaulichen lässt. Ist DQ_I der Streuungszerlegung
bekannt, so kann zusätzlich die Kovarianzmatrix der Parameter berechnet
werden (siehe dazu *J. Aitchison* und *J. A. C. Brown*)¹.

¹ *J. Aitchison* and *J. A. C. Brown*, A Synthesis of Engel Curve Theory, The Review
of Economic Studies, Vol. 22,1, 1954, S. 35.