

Technischer Fortschritt und Kapitalintensivierung

Methoden prozentualer Anteilsberechnung beider Wachstumskomponenten

Florian H. Fleck und Volkmar Seiler

Seit der Veröffentlichung des berühmten Aufsatzes «Technical Change and the Aggregate Production Function» von *Robert M. Solow*¹ im Jahre 1957 haben eine Reihe führender Ökonomen ebenfalls versucht, die Wachstumsrate des Outputs pro Kopf nach Komponenten prozentual aufzugliedern. Angesichts der divergierenden Ergebnisse aus den Untersuchungen für die Prozentwerte des technischen Fortschritts (der Effizienz) und der zunehmenden Kapitalintensivierung erhebt sich die Frage, warum diese Resultate so stark voneinander abweichen.

Mit dieser Fragestellung wollen wir uns im folgenden auseinandersetzen. Um aber fundierte Resultate zu erhalten, müssen wir notwendigerweise von denselben Datenreihen und von derselben Messungsmethode der Produktivitätsfortschritte (technischer Fortschritt) ausgehen. Bleiben wir also bei der Untersuchungsmethode *Solows*: Die Produktivitätsfortschritte werden mit Hilfe einer Produktionsfunktion und nicht mit der Totalen Mengenproduktivität – dem *Kendrick-Ott*-Ansatz – gemessen. Bei Verwendung einer homogenen Produktionsfunktion ersten Grades vom *Cobb-Douglas*-Typ mit *Hicks*-neutralem, disembodied technischem Fortschritt können wir nach *Solow* unsere Gleichung der Wachstumsraten in folgender Form schreiben²:

$$\frac{\dot{q}}{q} = \frac{\dot{A}}{A} + w_K \frac{\dot{k}}{k} \quad (1)$$

Dabei bezeichnen

$\dot{q}/q$ die Wachstumsrate des Pro-Kopf-Outputs;

$\dot{A}/A$ die Rate des *Hicks*-neutralen disembodied technischen Fortschritts;

$\dot{k}/k$ die Veränderungsrate der Kapitalintensivierung und

w_K als Gewichtungsfaktor den Anteil des Kapitaleinkommens am Volkseinkommen.

Wenn die Rate des technischen Fortschritts in der Zeitfolge als konstant angenommen wird, gilt

$$A_t = A_0 e^{at} ; \quad (2)$$

¹ *R.M. Solow*, Technical Change and the Aggregate Production Function, Review of Economics and Statistics, Bd. 39 (1957), S. 312–320.

² *R.M. Solow*, a. a. O., S. 313.

bzw. in diskreter Form näherungsweise geschrieben

$$A_t = A_0 (1 + a)^t. \quad (5)$$

Auf Grund von Gleichung (1) berechnet *Solow* den *Anteil der Steigerung der Arbeitsproduktivität*, der auf die *zunehmende Realkapitalintensität* zurückzuführen ist (T_K), wie folgt:

$$T_k = \frac{(q_t/A_t) - q_0}{q_t - q_0}. \quad (4)$$

Als Rest bleibt somit der *Anteil des technischen Fortschritts* (T_A) übrig:

$$T_A = 1 - T_k. \quad (5)$$

*Benton F. Massell*³ berechnet dagegen die Anteile der beiden Komponenten technischer Fortschritt und Kapitalintensivierung an der Steigerung der Arbeitsproduktivität auf andere Weise.

Massell geht davon aus, dass die Produktionsfunktion infolge des technischen Fortschritts verschoben wird.

$$T_A = \frac{A_t/A_0}{q_t/q_0}. \quad (6)$$

Wenn also angenommen wird, dass $A_0 = 1$ ist, so gilt auch:

$$T_A = \frac{A_t \cdot q_0}{q_t}. \quad (7)$$

Er berechnet also primär den Anteil des technischen Fortschritts und erst sekundär den Anteil der Kapitalintensivierung.

Der restliche Anteil der Kapitalintensivierung kann sodann nach der *Massell*-Methode errechnet werden durch:

$$T_k = 1 - T_A. \quad (8)$$

Als Resultate für seine Anteilsberechnung erhält *Solow*:

$$T_A = 87,5\% \text{ und } T_k = 12,5\%.$$

Behebt man den kleinen Fehler *Solows* in Tabelle 1, Spalte 7, der Resultatsreihe für $\Delta A/A$ im Jahre 1942, so erhalten wir *Warren P. Hogan* gemäss die Anteile⁴:

$$T_A = 90\% \text{ und } T_k = 10\%.$$

³ *B.F. Massell*, Capital Formation and Technological Change in United States Manufacturing, Review of Economics and Statistics, Bd. 42 (1960), S. 182–188.

⁴ *W. P. Hogan*, Technical Progress and Production Functions, Review of Economics and Statistics, Bd. 40 (1958), S. 407–426.

Das statistische Problem besteht darin, ein algebraisches Produkt in eine Summe umzuwandeln, sollen doch alle Anteilswerte in Prozenten angegeben werden, die sich additiv zu 1 bzw. 100 ergänzen.

Bei dieser Umformung entsteht zusätzlich ein Glied *dritter* Ordnung – auch «joint effect» genannt –, dessen Grösse durch die beiden Veränderungsraten von x und y bestimmt wird.

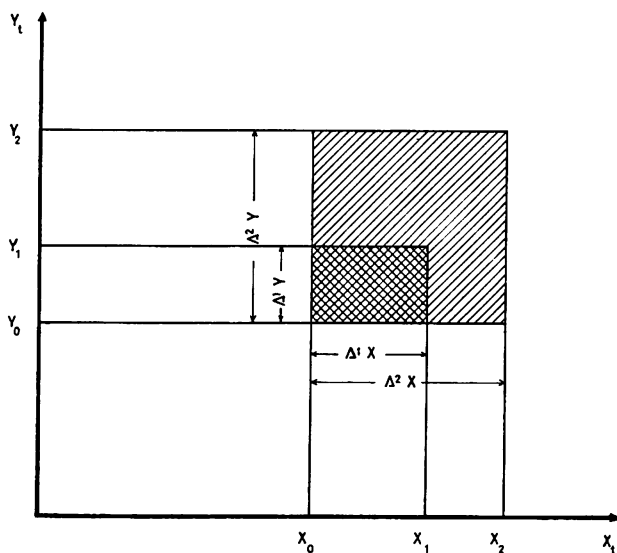
Allgemein geschrieben:

$$z = x \cdot y$$

$$\frac{\Delta z}{z} = \frac{\Delta x}{x} + \frac{\Delta y}{y} + \frac{\Delta x \Delta y}{xy}.$$

Wie sich graphisch zeigen lässt, wächst der «joint effect» mit der Grösse der Veränderung der Faktoren. Bei infinitesimalen Veränderungen wird er sehr klein, so dass er kaum ins Gewicht fällt und daher vernachlässigt werden kann.

In einem Gleichungssystem dargestellt, ergibt sich aus nachfolgender Graphik⁵:



$$z_0 = x_0 \cdot y_0$$

$$z_1 = (x_0 + \Delta^1 x) (y_0 + \Delta^1 y) = x_0 y_0 + x_0 \Delta^1 y + y_0 \Delta^1 x + \Delta^1 x \Delta^1 y$$

$$z_2 = (x_0 + \Delta^2 x) (y_0 + \Delta^2 y) = x_0 y_0 + x_0 \Delta^2 y + y_0 \Delta^2 x + \Delta^2 x \Delta^2 y$$

⁵ Vgl. K. Krumholz, Beschäftigungsstruktur und Wirtschaftswachstum 1960 bis 1965, DIW, Vierteljahreshefte zur Wirtschaftsforschung, (1966) Heft 1, S. 62.

Jede Zuordnung des «joint effect» ist *willkürlich* denn es gibt kein mathematisch begründbares Kriterium, auf Grund dessen eine anteilmässige Aufgliederung vorgenommen werden kann. *Levine* schreibt im Hinblick auf dieses Problem: «Since no 'perfect' solution exists, the aim cannot be perfection but rather should be 'reasonableness'⁶». Als «vernünftig» in diesem Sinne kann allerdings nicht gelten, wenn man einfach vorgibt, es gebe keinen «joint effect» und damit auch kein Problem seiner Zuordnung. Diese Kritik müssen sich sowohl *Solow* als auch *Massell* gefallen lassen, ein Umstand, auf den schon *Levine* erstmals aufmerksam gemacht hat⁷.

Solow berechnet bekanntlich primär den Anteil der Kapitalintensivierung am Wachstum des Outputs pro Kopf und erhält als Rest (in Ergänzung zu 100%) den Anteil des technischen Fortschritts. Somit wird der volle Wert des «joint effect» dem technischen Fortschritt zugerechnet, wodurch dieser zu hoch ausgewiesen wird. Umgekehrt verfährt *Massell*, indem er – im Gegensatz zu *Solow* – zunächst den Anteil des technischen Fortschritts bestimmt und den Rest der Kapitalintensivierung zuschreibt.

Die jeweils alternative Berechnung der Anteile muss daher zu abweichenden Ergebnissen führen, wie anhand der korrigierten *Solow*-Daten gezeigt werden kann.

Solow berechnet den Anteil der Kapitalintensivierung nach Formel (4):

$$T_k = \frac{(q_t/A_t) - q_0}{q_t - q_0}.$$

Die Wachstumsrate des Outputs pro Kopf vom Jahre 0 bis zum Jahre t ist bestimmt durch

$$\frac{q_t - q_0}{q_0} = x + \gamma + x\gamma,$$

wobei

x = Wachstumsrate der gleichgewichtigen Kapitalintensivierung,

γ = Wachstumsrate des technischen Fortschritts,

$1 + \gamma$ = Index des technischen Fortschritts,

$x\gamma$ = «joint effect».

Somit kann man (4) – wie *Levine*⁸ gezeigt hat – in (4a) überführen:

$$\frac{\frac{q_t}{1 + \gamma} - q_0}{q_t - q_0}$$

⁶ *H.S. Levine*, A Small Problem in the Analysis of Growth, *Review of Economics and Statistics*, Bd. 42 (1960), S. 227.

⁷ *H.S. Levine*, a. a. O., S. 228. Vgl. auch *E.F. Denison*, The Sources of Economic Growth and the Alternatives Before Us, A Supplementary Paper of the Committee for Economic Development, New York 1962, Fussnote S. 104f.

⁸ *H.S. Levine*, a. a. O., Fussnote S. 228.

$$\begin{aligned}
&= \frac{q_t - q_0 (1 + \gamma)}{(q_t - q_0) (1 + \gamma)} \\
&= \frac{1 + x + \gamma + xy - (1 + \gamma)}{(x + \gamma + xy) (1 + \gamma)} \\
&= \frac{x (1 + \gamma)}{(x + \gamma + xy) (1 + \gamma)} \\
&= \frac{x}{x + \gamma + xy}. \tag{4a}
\end{aligned}$$

Der Anteil des technischen Fortschritts inklusive «joint effect» ergibt sich aus folgender Gleichung:

$$\frac{\gamma + xy}{x + \gamma + xy}.$$

Die Berechnung der Anteile nach den Solow-Daten

- a) *Die ursprüngliche Solow-Methode* (primäre Bestimmung des Anteils der Kapitalintensivierung, technischer Fortschritt plus «joint effect» als Rest):

Setzt man in (4) die nach *Hogan* korrigierten Werte *Solows* ein, so ergibt sich der Anteil der Kapitalintensivierung aus den absoluten Werten wie folgt:

$$\frac{1,275}{1,853} - 0,623 = \frac{6,5}{65,2} = 9,969\% \approx 10,0\%.$$

Als Rest verbleiben somit 58,7 Cents oder 90,0% für den technischen Fortschritt.

- b) *Die Umkehrung der Solow-Methode* (primäre Bestimmung des Anteils des technischen Fortschritts, Kapitalintensivierung plus «joint effect» als Rest) = *verbesserte Massell-Methode*⁹.

⁹ Die verbesserte *Massell-Methode* lässt sich aus der direkten Umkehrung des *Solow-Aufteilungsansatzes* für die Kapitalintensivierung und den technischen Fortschritt entwickeln. Beim ursprünglichen *Massell-Ansatz* wird der Anteil des technischen Fortschritts zu hoch ausgewiesen, da der absolute Wert des Anfangsjahres mit in die Berechnung eingeht. Vgl. hierzu: *Lu, Yao-chi*, Variable elasticity of substitution production functions, technical change and factor shares, Diss., Iowa State University, Ames (Iowa) 1967, S.83 ff.

$$T_A = \frac{(q_t/k_t) - q_0}{q_t - q_0}; \quad (9)$$

dabei gibt k den gewichteten Index der Kapitalintensivierung an. Diesen erhält man aus

$$\frac{q_t/q_0}{A_t}.$$

Als Anteil für den technischen Fortschritt ergibt sich

$$\frac{\frac{1,275}{1,105} - 0,623}{1,275 - 0,623} = \frac{53,1}{65,2} = 81,44\% \approx 81,5\%$$

Als Rest verbleiben 12,1 Cents oder 18,5%
für die Kapitalintensivierung.

Die Quantifizierung des «joint effect»

Wie die voneinander abweichenden Ergebnisse zeigen, ist es nicht bedeutungslos, welchem Faktor der «Interaktionseffekt» zugeschlagen wird. Es scheint uns daher notwendig, den Anteil des «joint effect» zunächst einmal gesondert auszuweisen.

Die eigentliche Produktionsgleichung lässt sich folgendermassen schreiben:

$$q_t = A_t \cdot k_t$$

$$2,047 = 1,853 \cdot 1,105.$$

In Wachstumsraten ausgedrückt (additiv), ergibt sich nach unseren Ausführungen ein drittes Glied, das durch das Zusammenwirken von technischem Fortschritt und von Kapitalintensivierung bestimmt wird.

$$104,7 = 85,3 + 10,5 + 8,9.$$

In Prozentwerten erhalten wir:

$$100,0 = 81,5 + 10,0 + 8,5.$$

Die Anteile für den technischen Fortschritt und die Kapitalintensivierung entsprechen hierbei logischerweise den primär ermittelten Werten nach den beiden alternativen Bestimmungsverfahren.

Die Aufteilung des «joint effect»

a) Die hälftige Aufteilung

In diesem Fall wird der «joint effect» von 8,5% zur Hälfte dem technischen Fortschritt und zur Hälfte der Kapitalintensivierung zugeschlagen.

Beitrag des technischen Fortschritts:	85,75%
Beitrag der Kapitalintensivierung:	14,25%

b) Die proportionale Aufteilung

Bei dieser Methode nähern sich die Anteilswerte stark den Berechnungen *Solows*, da der technische Fortschritt mit 81,5% wesentlich stärker ins Gewicht fällt als die Kapitalintensivierung mit 10,0%.

Beitrag des technischen Fortschritts:	89,1%
Beitrag der Kapitalintensivierung:	10,9%

Der logarithmische Ansatz

Linearisiert man die Gleichung

$$2,047 = 1,853 \cdot 1,105$$

logarithmisch, so tritt kein Glied dritter Ordnung auf:

$$\log 2,047 = \log 1,853 + \log 1,105$$

$$1 = \frac{\log 1,853}{\log 2,047} + \frac{\log 1,105}{\log 2,047}$$

Beitrag des technischen Fortschritts:	86,1%
Beitrag der Kapitalintensivierung:	13,9%

Diese Aufteilung scheint am wenigsten der Willkür zu unterliegen, auch wenn es für sie keine eindeutige ökonomische Begründung gibt¹⁰.

Fassen wir in der folgenden Tabelle nochmals alle Methoden und deren Ergebnisse zusammen:

¹⁰ Vgl. *H.S. Levine*, a. a. O., Fussnote S. 227.

Beitrag des technischen Fortschritts und der Kapitalintensivierung zum Output-Wachstum pro Kopf. Alternative Berechnungen anhand der *Solow*-Zahlen.

Methode	Technischer Fortschritt	Kapitalintensivierung	Zusammen	Absolute Abweichung des Anteils des tech. Fortschritts von den <i>Solow</i> -Werten
<i>Solow</i> (primäre Bestimmung des Beitrags der Kapitalintensivierung, technischer Fortschritt und «joint effect» als Rest)				
	90,00 %	10,00 %	100,0 %	0
<i>Umkehrung Solow</i> Verbesserte <i>Massell</i> -Methode (primäre Bestimmung des Beitrags des technischen Fortschritts, Kapitalintensivierung und «joint effect» als Rest)				
	81,50 %	18,50 %	100,0 %	— 8,50
<i>Hälftige Aufteilung des «joint effect»</i>	85,75 %	14,25 %	100,0 %	— 4,25
<i>Proportionale Aufteilung des «joint effect»</i>	89,10 %	10,90 %	100,0 %	— 0,90
<i>Logarithmischer Ansatz</i>	86,10 %	13,90 %	100,0 %	— 3,90

Zusammenfassung

Technischer Fortschritt und Kapitalintensivierung

Unsere Untersuchung gibt eine Übersicht über die Methoden prozentualer Anteilsberechnungen der beiden Wachstumskomponenten technischer Fortschritt und Kapitalintensivierung.

Die Berechnungen wurden auf Grund der Daten *Solows* in seinem Artikel «Technical Change and the Aggregate Production Function» (1957) durchgeführt. Als Resultat ergibt sich eine relativ grosse Streuung der Anteilsergebnisse, je nach der verwendeten Aufteilungsmethode bzw. der Zurechnung des Interaktionsterms. Die grösste Differenz beträgt $\pm 8,5\%$. Leider gibt es im Prinzip kein exaktes Kriterium, nach dem die Aufteilung vorgenommen werden kann. Wir halten aber dafür, dass eine prozentuale Aufteilung des «joint effects» nach den Anteilsproportionen der Wachstumskomponenten die theoretisch sinnvollste Methode ist.

Résumé

Le progrès technique et l'intensification de capital

L'analyse présente un aperçu sur les méthodes de calcul des parts des deux composantes de la croissance économique: le progrès technique et l'intensification de capital.

Les calculs sont exécutés sur la base des données de *Solow* dans son article «Technical Change and the Aggregate Production Function» (1957). Le résultat est une dispersion des parts relativement grande, selon la méthode de répartition appliquée, c'est-à-dire selon l'attribution de la marge d'interaction. La plus grande différence est de $\pm 8,5$ %. Malheureusement, il n'existe en principe pas de critère exact selon lequel la répartition pourrait se faire. Toutefois, dans l'article on soutient que la répartition du «joint effect» selon les proportions des parts des composantes de la croissance soit la méthode la plus appropriée.

Summary

Technical Progress and Capital Intensification

This analysis reviews the methods for calculation of percentages of the two growth parameters technical progress and capital intensification.

The calculations are based on the data given by *Solow* in his article "Technical Change and the Aggregate Production Function" (1957). The resulting percentages show a relatively large variance depending on the applied method of repartition of the term of interaction. The greatest difference is $\pm 8,5$ %. Unfortunately in principle there exists no exact criterion according to which the repartition can be made. We think, however, that a percentile repartition of the joint effect according to the relative proportions of the growth parameters is the theoretically most satisfying method.