

Un système complet de fonctions de demande dynamiques

Estimation et prévision pour la Suisse

Par Aurelio Mattei¹

« In the modern economy the decisive voice in the level and composition of output belongs to consumers... To understand the past and future development of the economy as a whole, it is therefore essential to study the pattern of consumption. »

H. S. Houthakker and L. D. Taylor, [9], p. v.

La théorie du consommateur est sans doute l'une des parties les plus solides de la théorie économique. Pendant ces cinquante dernières années les efforts des économistes ont porté surtout sur l'axiomatisation et la généralisation de celle-ci².

On cherchera ici à dynamiser la théorie³, en introduisant une variable qui tient compte du comportement du consommateur dans les périodes précédentes. Dans la première partie, après avoir donné les principaux résultats de la théorie statique, on discutera la généralisation proposée. On passera ensuite, dans la deuxième partie, à l'élaboration d'un modèle permettant l'application empirique. La troisième partie est consacrée à l'estimation d'un système de demandes dynamiques pour la Suisse. Une projection pour 1980 sera aussi brièvement discutée.

I. Un dynamisation de la théorie du consommateur

A. La théorie statique

La demande des biens de consommation dépend du comportement du consommateur. Dans la théorie classique on suppose que ses préférences sont exprimées par une fonction d'utilité⁴.

¹ Cet article est basé sur une thèse en économie politique présentée à l'Université de Fribourg.

Nous remercions vivement M. le professeur Pietro Balestra, qui a dirigé ce travail, pour les conseils et les encouragements donnés.

La responsabilité des erreurs est toutefois supportée entièrement par l'auteur.

² Il ne faut cependant pas oublier les travaux (nécessaires) de vérification empirique. Pour des systèmes complets, toutefois, ils n'ont commencé qu'après la deuxième guerre mondiale. Voir Leser [12], Stone [20] et surtout Barten [1].

³ Parmi les auteurs qui ont étudié le problème de la dynamisation on peut signaler Tintner [21], Modigliani-Brumberg [16] et Cramer [3].

⁴ En vérité il n'est pas nécessaire de supposer l'existence d'une fonction d'utilité. Toutefois l'hypothèse supplémentaire qui permet d'arriver à une fonction d'utilité est facilement acceptable. Cf. Debreu [4] pp. 55-59.

$$u = f(\mathbf{q}') \quad (1)$$

où $\mathbf{q}' = [q_i]$ ($i = 1, 2, \dots, n$) est le vecteur-colonne des quantités (des n biens) et $\mathbf{q}'$ sa transposée. Le consommateur dispose d'un certain revenu, μ , qu'il consacre à l'achat des biens de manière à maximiser son utilité. Mathématiquement on a alors à maximiser u sous la contrainte $\mathbf{p}'\mathbf{q} = \mu$, où $\mathbf{p}$ est le vecteur-colonne des prix (le revenu et les prix sont des valeurs non-négatives et fixes pour le consommateur) qu'on doit payer pour se procurer les biens. La fonction de Lagrange

$$L = u - \lambda (\mathbf{p}'\mathbf{q} - \mu)$$

où λ est un multiplicateur indéterminé, permet d'obtenir les conditions de premier ordre suivantes:

$$\begin{cases} \frac{\partial u}{\partial \mathbf{q}} - \lambda \mathbf{p} = \mathbf{o} \\ \mathbf{p}'\mathbf{q} = \mu \end{cases} \quad (2)$$

où $\frac{\partial u}{\partial \mathbf{q}} = \left[\frac{\partial u}{\partial q_i} \right]$ ($i = 1, 2, \dots, n$) est le vecteur-colonne des dérivées partielles (utilités marginales) de u et $\mathbf{o}$ un vecteur-colonne nul.

Soit $\mathbf{P}$ une matrice diagonale avec sur la diagonale principale les éléments du vecteur $\mathbf{p}$ et $\mathbf{i}$ le vecteur-colonne unité. L'égalité très connue de toutes les utilités marginales pondérées par les prix est alors:

$$\mathbf{P}^{-1} \frac{\partial u}{\partial \mathbf{q}} = \lambda \mathbf{i} \quad (3)$$

et λ est appelée l'utilité marginale du revenu. Soit $\mathbf{U} = \frac{\partial^2 u}{\partial q_i \partial q_j}$ ($i, j = 1, 2, \dots, n$) la matrice hessienne de la fonction d'utilité. Une condition suffisante⁵ pour maximiser l'utilité est que cette matrice soit définie négative. Avec le système (2) on peut généralement obtenir les fonctions de demande:

$$\mathbf{q} = \boldsymbol{\varphi}(\mathbf{p}', \mu) \quad (4)$$

En dérivant le système (2) par rapport au revenu on a:

$$\begin{cases} \mathbf{U}\mathbf{q}_\mu - \mathbf{p}\lambda_\mu = \mathbf{o} \\ \mathbf{p}'\mathbf{q}_\mu = 1 \end{cases} \quad (5)$$

⁵ Pour les matrices on utilise les caractères gras (minuscules pour les vecteurs et majuscules pour les matrices proprement dites).

⁶ Si on part de l'hypothèse que l'utilité marginale du revenu est décroissante par rapport au revenu, cette condition devient nécessaire. Cf. Mattei [15].

où $\mathbf{q}_\mu$ est le vecteur-colonne $\begin{bmatrix} \frac{\partial q_i}{\partial \mu} \end{bmatrix}$ ($i = 1, 2, \dots, n$) et $\lambda_\mu^7 = \frac{\partial \lambda}{\partial \mu}$

En supposant que $\mathbf{U}$ soit non-singulière, l'effet d'une variation du revenu sur la quantité achetée est :

$$\mathbf{q}_\mu = \lambda_\mu \mathbf{U}^{-1} \mathbf{p} \quad (6)$$

En dérivant (2) par rapport aux prix on trouve :

$$\begin{cases} \mathbf{U} \mathbf{Q}_p - \lambda \mathbf{I} - \mathbf{p} \lambda_p = \mathbf{O} & (a) \\ \mathbf{p}' \mathbf{Q}_p + \mathbf{q}' = 0 & (b) \end{cases} \quad (7)$$

où

$$\mathbf{Q}_p = \begin{bmatrix} \frac{\partial q_1}{\partial p_1} & \frac{\partial q_1}{\partial p_2} & \dots & \frac{\partial q_1}{\partial p_n} \\ \frac{\partial q_2}{\partial p_1} & \frac{\partial q_2}{\partial p_2} & \dots & \frac{\partial q_2}{\partial p_n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \frac{\partial q_n}{\partial p_1} & \frac{\partial q_n}{\partial p_2} & \dots & \frac{\partial q_n}{\partial p_n} \end{bmatrix}; \quad \lambda_p = \begin{bmatrix} \frac{\partial \lambda}{\partial p_1} & \dots & \frac{\partial \lambda}{\partial p_n} \end{bmatrix} \text{ (vecteur-ligne)}$$

et $\mathbf{I}$ est la matrice unitaire.

En prémultipliant (7)-(a) par $[\mathbf{U}^{-1} - \lambda_\mu \mathbf{U}^{-1} \mathbf{p} \mathbf{p}' \mathbf{U}^{-1}]$ et en utilisant les équations (7)-(b) et (6) on obtient la relation très connue de Slutsky [18] :

$$\mathbf{Q}_p = \lambda \mathbf{U}^{-1} - \left(\frac{\lambda}{\lambda_\mu} \right) \mathbf{q}_\mu \mathbf{q}' - \mathbf{q}_\mu \mathbf{q}' \quad (8)$$

L'effet de substitution est :

$$\mathbf{K} = \mathbf{Q}_p + \mathbf{q}_\mu \mathbf{q}' = \lambda \mathbf{U}^{-1} - \left(\frac{\lambda}{\lambda_\mu} \right) \mathbf{q}_\mu \mathbf{q}' \quad (9)$$

Tous ces résultats sont invariants par rapport à une transformation monotone croissante de la fonction d'utilité.

B. L'introduction des stocks

Il est évident que les préférences du consommateur se modifient. L'une des causes les plus importantes de cette modification est l'influence que le comportement des périodes antérieures exerce sur la situation actuelle. L'effet principal est dû à la formation d'un stock de biens ou d'habitudes⁸.

⁷ On utilise ici la notation qu'on trouve dans Barten [1]. Barten fut le premier à utiliser le calcul matriciel dans l'analyse des modifications de l'équilibre du consommateur. Avant on employait la règle de Cramer et les déterminants.

⁸ Plusieurs auteurs ont signalé l'effet des habitudes sur la demande. Toutefois seulement Houthakker et Taylor [9] ont approfondi ce problème. La définition de « stocks » donnée ici est équivalente à celle de ces deux auteurs.

On suppose alors que l'utilité est une fonction des quantités et des stocks⁹ existant à la fin de la période précédente:

$$u_t = f(\mathbf{q}'_t, \mathbf{s}'_{t-1}) \quad (10)$$

où $\mathbf{s} = [s_{i(t-1)}]$ ($i = 1, 2, \dots, n$) et t représente le temps.

Si on maximise l'utilité (10) avec la contrainte $\mathbf{p}'_t \mathbf{q}_t = \mu_t$ on obtient les conditions de premier ordre suivantes¹⁰:

$$\begin{cases} \frac{\partial u_t}{\partial \mathbf{q}_t} - \lambda_t \mathbf{p}_t = \mathbf{0} \\ \mathbf{p}'_t \mathbf{q}_t = \mu_t \end{cases} \quad (11)$$

Ces conditions permettent généralement d'obtenir les fonctions de demande dynamique:

$$\mathbf{q}_t = \boldsymbol{\varphi}(\mathbf{p}'_t, \mu_t, \mathbf{s}'_{t-1}) \quad (12)$$

La demande ne dépend pas uniquement des prix et du revenu mais aussi des stocks possédés par le consommateur. On retrouve le cas statique lorsque tous les stocks sont nuls.

On appellera encore $\mathbf{U}_t$ la matrice hessienne de la fonction d'utilité (10). Ici de même, si $\mathbf{U}_t$ est définie négative on a une condition suffisante pour avoir un maximum. L'hypothèse de non-singularité de $\mathbf{U}_t$ est très commode et sera utilisée dans le prochain paragraphe.

C. Variations de courte période

Comme on a ici une fonction dynamique, on distinguera entre effet de courte période et effet de longue période. Dans le premier cas, on ne tient pas compte de l'influence que les achats exercent sur les stocks et donc sur l'utilité de la prochaine période.

Voyons alors l'effet d'une variation des paramètres μ_t et $\mathbf{p}_t$. On laissera tomber l'indice t pour ne pas surcharger les expressions.

Si on dérive (11) par rapport au revenu on a:

$$\begin{cases} \mathbf{U} \mathbf{q}_\mu - \mathbf{p} \lambda_\mu = \mathbf{0} \\ \mathbf{p}' \mathbf{q}_\mu = 1 \end{cases} \quad (13)$$

Une variation des prix donne:

$$\begin{cases} \mathbf{U} \mathbf{q}_p - \lambda I - \mathbf{p} \lambda_p = \mathbf{0} \\ \mathbf{p}' \mathbf{q}_p + \mathbf{q}' = \mathbf{0} \end{cases} \quad (14)$$

⁹ On utilise la même variable pour les biens et les habitudes car ils ont plusieurs points en commun. En outre, souvent, les deux effets sont réunis et on ne peut pas savoir a priori quel est le plus important.

¹⁰ Comme on est à la période t , $\mathbf{s}_{t-1}$ est fixe.

Comme le stock, dans la dérivation par rapport au revenu et aux prix, est considéré fixe, on obtient évidemment les mêmes résultats du cas statique. Par conséquent toutes les caractéristiques de celui-ci sont applicables aux variations de courte période de cette théorie dynamique.

Toutefois il reste encore à analyser l'effet d'une variation des stocks.

Les achats modifient, en général, les stocks. Supposons que les stocks à la fin de la période $t-2$ étaient de s_0 et à la fin de la période $t-1$ de s_1 . La modification est donc de $s_1 - s_0$. On veut voir quelles seront les modifications des achats de la période t par rapport aux achats de la période $t-1$ (tous les autres paramètres restant constants); c'est-à-dire on veut étudier les effets sur la quantité achetée d'une variation des stocks possédés. Dérivons donc les conditions d'équilibre (11) par rapport à s_{t-1} . On obtient, en laissant tomber l'indice t :

$$\begin{cases} U_s + UQ_s - p\lambda_s = 0 & (a) \\ p'Q_s = 0 & (b) \end{cases} \quad (15)$$

où

$$U_s = \begin{bmatrix} \frac{\partial^2 u}{\partial s_1 \partial q_1} & \frac{\partial^2 u}{\partial s_2 \partial q_1} & \dots & \frac{\partial^2 u}{\partial s_n \partial q_1} \\ \frac{\partial^2 u}{\partial s_1 \partial q_2} & \frac{\partial^2 u}{\partial s_2 \partial q_2} & \dots & \frac{\partial^2 u}{\partial s_n \partial q_2} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \frac{\partial^2 u}{\partial s_1 \partial q_n} & \frac{\partial^2 u}{\partial s_2 \partial q_n} & \dots & \frac{\partial^2 u}{\partial s_n \partial q_n} \end{bmatrix} \quad Q_s = \begin{bmatrix} \frac{\partial q_1}{\partial s_1} & \frac{\partial q_1}{\partial s_2} & \dots & \frac{\partial q_1}{\partial s_n} \\ \frac{\partial q_2}{\partial s_1} & \frac{\partial q_2}{\partial s_2} & \dots & \frac{\partial q_2}{\partial s_n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \frac{\partial q_n}{\partial s_1} & \frac{\partial q_n}{\partial s_2} & \dots & \frac{\partial q_n}{\partial s_n} \end{bmatrix}$$

$$\lambda_s = \begin{bmatrix} \frac{\partial \lambda}{\partial s_1} & \frac{\partial \lambda}{\partial s_2} & \dots & \frac{\partial \lambda}{\partial s_n} \end{bmatrix}$$

Si on multiplie l'équation (15)—(a) par $\left[U^{-1} - \frac{1}{p'U^{-1}p} U^{-1}pp'U^{-1} \right]$ et on utilise les équations (15)—(b) et (9) on obtient enfin l'équation:

$$Q_s = -\frac{1}{\lambda} KU_s \quad (16)$$

qui donne l'effet d'une variation des stocks. Q_s est une matrice singulière, comme K . Algébriquement on a:

$$\frac{\partial q_i}{\partial s_j} = -\frac{1}{\lambda} \left[\sum_{p=1}^n K_{ip} \frac{\partial^2 u}{\partial s_j \partial q_p} \right] \quad (i, j = 1, 2, \dots, n) \quad (17)$$

L'influence directe, c'est-à-dire l'effet d'un accroissement du stock d'un certain bien (i) sur la quantité achetée du même bien est:

$$\frac{\partial q_i}{\partial s_i} = -\frac{1}{\lambda} \left[\sum_{p=1}^n K_{ip} \frac{\partial^2 u}{\partial s_i \partial q_p} \right] \quad (18)$$

Cet effet dépend de l'influence qu'un accroissement du stock i a sur l'utilité marginale du bien i mais aussi sur celles des autres biens. Il y a les paramètres K_{ip} (effet de substitution) car le stock s_i exerce une influence de «substitution» par rapport au bien que le consommateur désire encore acheter. Si les utilités marginales des autres biens sont indépendantes du stock s_i on a alors seulement le terme :

$$\frac{\partial q_i}{\partial s_i} = -\frac{1}{\lambda} K_{ii} \frac{\partial^2 u}{\partial s_i \partial q_i}$$

On peut penser que même si les utilités marginales des autres biens ne sont pas indépendantes du stock s_i , ce terme sera souvent le plus important (on peut alors parler d'*effet principal*).

Pour pouvoir connaître le signe de cet effet principal, comme K_{ii} est toujours négatif (*Slutsky* [18]), il suffit de connaître l'influence d'une variation des stocks sur l'utilité marginale. Il faut alors, ici, faire une distinction entre «stocks» d'habitudes et stocks de biens. Dans le premier cas l'effet sera normalement positif, tandis que dans le deuxième cas il sera généralement négatif.

Pour un bien où l'influence de l'habitude domine, un accroissement de cette dernière aura pour effet d'augmenter la quantité achetée. Pour les biens où c'est la quantité non encore consommée qui l'emporte sur l'habitude, un accroissement des stocks portera à une diminution de la quantité achetée.

Ce résultat correspond tout à fait à ce qu'on pouvait s'attendre. Mais dans certains cas l'influence sur les utilités marginales des autres biens (*effet secondaire*) pourrait plus que compenser l'effet principal. Il s'agirait de biens «spéciaux» comparables aux biens inférieurs.

Mais il y a aussi l'*influence indirecte*, c'est-à-dire l'effet sur les autres biens d'un accroissement du stock du bien (j). Ici de même, il est avantageux de prendre uniquement l'effet principal. On a alors :

$$\frac{\partial q_i}{\partial s_j} = -\frac{1}{\lambda} K_{ij} \frac{\partial^2 u}{\partial s_j \partial q_j}$$

Si les deux biens i et j sont concurrents (*Hicks* [7]), $K_{ij} > 0$ et alors on aura un accroissement de la quantité achetée de i s'il y a effet des stocks proprement dits et une diminution s'il y a effet d'habitude. Comme il faut satisfaire la contrainte budgétaire, aussi ce résultat est intuitivement compréhensible. Pour les biens complémentaires, l'effet est contraire.

On peut montrer (*Mattei* [15]) que l'équation (16) est invariante par rapport à une transformation monotone croissante de la fonction d'utilité.

D. Stabilité et variations de longue période

On pourrait se demander si, en supposant les prix, le revenu et les goûts constants, on arrive à une situation stable où les stocks ne varient plus. On aurait alors un équilibre de longue période où les achats seraient égaux à la « consommation ». Il n'est pas possible de répondre à cette question sans spécifier davantage les fonctions d'utilité et des stocks. On discutera de ce problème dans la deuxième partie de cet article.

Supposons que cet équilibre de longue période soit atteint. On peut s'intéresser aux changements complessifs (c'est-à-dire d'un équilibre de longue période à un autre) des variables dus à une modification des paramètres.

Il faut ici tenir compte du fait qu'une modification de la quantité entraîne une modification des stocks. Voyons tout d'abord une variation du revenu. L'effet sur les conditions d'équilibre est :

$$\begin{cases} Uq_{\mu}^L + U_s s_{\mu}^L - p \lambda_{\mu}^L = 0 \\ p' q_{\mu}^L = 1 \end{cases} \quad (19)$$

où l'indice L indique qu'il s'agit d'une valeur d'équilibre de longue période. s_{μ}^L est le vecteur-colonne qui donne la variation du stock d'équilibre de longue période par rapport à une variation du revenu. Une variation des prix donne

$$\begin{cases} UQ_p^L + U_s s_p^L - \lambda^L I - p \lambda_p^L = 0 \\ p Q_p^L + q' = 0 \end{cases} \quad (20)$$

où

$$s_p = \begin{bmatrix} \frac{\partial s_1}{\partial p_1} & \frac{\partial s_1}{\partial p_2} & \dots & \frac{\partial s_1}{\partial p_n} \\ \frac{\partial s_2}{\partial p_1} & \frac{\partial s_2}{\partial p_2} & \dots & \frac{\partial s_2}{\partial p_n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \frac{\partial s_n}{\partial p_1} & \frac{\partial s_n}{\partial p_2} & \dots & \frac{\partial s_n}{\partial p_n} \end{bmatrix}$$

En longue période une variation des stocks fait sortir le consommateur de l'équilibre de longue période. Si le système est stable, toutefois, il reviendra à la situation précédente, après un certain nombre de périodes. Il n'y a donc pas d'effet de longue période dû à une modification des stocks.

On peut réunir les conditions (19) et (20) en utilisant le système matriciel suivant :

$$\begin{bmatrix} \mathbf{U} & \mathbf{p} \\ \mathbf{p}' & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \mathbf{q}_\mu^L & \mathbf{Q}_p^L \\ -\lambda_\mu^L & \lambda_p^L \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\mathbf{U}_s \mathbf{s}_\mu^L & \lambda^L \mathbf{I} - \mathbf{U}_s \mathbf{s}_p^L \\ 1 & -\mathbf{q}' \end{bmatrix} \quad (21)$$

En postmultipliant pour l'inverse de la matrice à gauche on obtient entre autres :

$$\begin{aligned} \mathbf{q}_\mu^L &= \mathbf{q}_\mu + \mathbf{Q}_s \mathbf{s}_\mu^L \\ \mathbf{Q}_p^L &= \mathbf{Q}_p + \mathbf{Q}_s \mathbf{s}_p^L \\ \mathbf{K}^L &= \mathbf{K} + \mathbf{Q}_s (\mathbf{s}_p^L + \mathbf{s}_\mu^L \mathbf{q}') \end{aligned} \quad (22)$$

La variation totale est donc égale à la variation de courte période plus l'effet d'une modification des stocks d'équilibre. L'effet total sera plus grand ou plus petit selon que la partie à droite des équations (22) est supérieure ou inférieure à zéro. Même pour la matrice $\mathbf{K}^L$ on ne peut pas donner le signe des valeurs sur la diagonale principale.

On va maintenant construire un modèle pour trouver des éléments permettant de vérifier cette théorie.

II. Un modèle estimable

A. La fonction d'utilité

La fonction de demande (12) est trop générale pour pouvoir être estimée. Pour la spécifier davantage on peut procéder de deux manières. On peut prendre une fonction de demande d'un certain type (par ex. linéaire dans les logarithmes) et introduire toutes les restrictions imposées par la théorie. Ou bien on prend une fonction d'utilité particulière et on déduit alors la fonction de demande. Du point de vue théorique les deux méthodes sont également (trop) restrictives. La deuxième méthode permet d'obtenir assez facilement la fonction de demande avec toutes les propriétés requises. La première comporte souvent des fonctions de demande plus facilement estimables.

On partira ici d'une fonction d'utilité quadratique qui est la fonction la plus simple possédant les caractéristiques d'une fonction d'utilité.

Soit alors la fonction quadratique¹¹ :

$$u_t = \mathbf{c}' \mathbf{q}_t + \mathbf{f}' \mathbf{s}_{t-1} + \frac{1}{2} (\mathbf{q}_t' \mathbf{A} \mathbf{q}_t + \mathbf{q}_t' \mathbf{B} \mathbf{s}_{t-1} + \mathbf{s}_{t-1}' \mathbf{B} \mathbf{q}_t + \mathbf{s}_{t-1}' \mathbf{C} \mathbf{s}_{t-1}) \quad (23)$$

$\mathbf{c}, \mathbf{f}$ sont des vecteurs-colonne de coefficients, $\mathbf{A}, \mathbf{B}$ et $\mathbf{C}$ sont des matrices de coefficients; en outre $\mathbf{A}$ et $\mathbf{C}$ sont symétriques. Il est aussi très utile de supposer que $\mathbf{A}$ et $\mathbf{B}$ soient des matrices non-singulières.

¹¹ L'utilisation d'une fonction quadratique pour l'utilité remonte aux fondateurs de la théorie du consommateur (Cf. Gossen [6]). Avec les stocks (mais de la période t), elle est utilisée par Houthakker et Taylor [10].

Pour maximiser l'utilité avec la contrainte $\mathbf{p}'_t \mathbf{q}_t = \mu_t$ il faut satisfaire les conditions de premier ordre suivantes :

$$\begin{cases} \mathbf{c} + \mathbf{A}\mathbf{q}_t + \mathbf{B}\mathbf{s}_{t-1} - \lambda_t \mathbf{p}_t = \mathbf{o} \\ \mathbf{p}'_t \mathbf{q}_t = \mu_t \end{cases} \quad (24)$$

La matrice hessienne est ici $\mathbf{A}$ et il suffit alors (pour avoir un maximum) que cette matrice soit définie négative.

Si on écrit sous la forme d'une équation matricielle le système (24), on a :

$$\begin{bmatrix} \mathbf{A} & \mathbf{p}_t \\ \mathbf{p}'_t & \mathbf{o} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \mathbf{q}_t \\ -\lambda_t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\mathbf{c} - \mathbf{B}\mathbf{s}_{t-1} \\ \mu_t \end{bmatrix} \quad (25)$$

dont la solution est immédiatement trouvée en prémultipliant par l'inverse de la matrice à gauche. On obtient :

$$\mathbf{q}_t = -\mathbf{A}^{-1}\mathbf{c} - \mathbf{A}^{-1}\mathbf{B}\mathbf{s}_{t-1} + \frac{1}{\mathbf{p}'_t \mathbf{A}^{-1} \mathbf{p}_t} [\mathbf{A}^{-1} \mathbf{p}_t \mathbf{p}'_t \mathbf{A}^{-1} \mathbf{c} + \mathbf{A}^{-1} \mathbf{p}_t \mathbf{p}'_t \mathbf{A}^{-1} \mathbf{B}\mathbf{s}_{t-1} + \mathbf{A}^{-1} \mathbf{p}_t \mu_t] \quad (26)$$

$$\lambda_t = -\frac{1}{\mathbf{p}'_t \mathbf{A}^{-1} \mathbf{p}_t} [\mathbf{p}'_t \mathbf{A}^{-1} \mathbf{c} + \mathbf{p}'_t \mathbf{A}^{-1} \mathbf{B}\mathbf{s}_{t-1} + \mu_t] \quad (27)$$

Si on introduit l'équation (27) dans (26) on peut écrire la fonction de demande d'une manière plus concise :

$$\mathbf{q}_t = \mathbf{A}^{-1} [\lambda_t \mathbf{p}_t - \mathbf{c} - \mathbf{B}\mathbf{s}_{t-1}] \quad (28)$$

Pour avoir les variations de courte période il suffit de remplacer $\mathbf{U}$ par $\mathbf{A}$ et $\mathbf{U}_s$ par $\mathbf{B}$ dans les systèmes (13)-(14)-(15).

Il est possible que les coefficients de la fonction d'utilité changent avec le temps. Toutefois, afin de pouvoir utiliser des données temporelles, il convient de supposer que ces coefficients restent constants. Mais les données sur les stocks ne sont pas disponibles et alors il faut introduire des hypothèses supplémentaires.

B. Hypothèse sur la consommation

On suppose que la « consommation » soit une certaine proportion constante des achats et des stocks. Comme on a déjà supposé que les coefficients de la fonction d'utilité sont constants, on peut accepter aussi cette hypothèse restrictive. Soit alors $\mathbf{I} - \mathbf{R} = \mathbf{D}$ la matrice diagonale des « taux de dépréciation » (pour les habitudes il faudrait plutôt parler d'effacement) des stocks et $\mathbf{I} - \mathbf{M}$ celle des taux de dépréciation des achats. Les stocks à la fin de la période t représentent la partie non consommée des achats et des stocks, donc :

$$\mathbf{s}_t = \mathbf{M}\mathbf{q}_t + \mathbf{R}\mathbf{s}_{t-1} \quad (29) \quad 461$$

L'équation (28) devient alors:

$$\mathbf{q}_t = \mathbf{A}^{-1} [\lambda_t \mathbf{p}_t - \mathbf{c} - \mathbf{B}(\mathbf{M}\mathbf{q}_{t-1} + \mathbf{R}\mathbf{s}_{t-2})] \quad (30)$$

Mais on peut aussi exprimer, avec l'équation (28), les stocks en fonction des quantités:

$$\mathbf{s}_{t-1} = \mathbf{B}^{-1} (\lambda_t \mathbf{p}_t - \mathbf{c} - \mathbf{A}\mathbf{q}_t) \quad (31)$$

On peut obtenir la valeur de $\mathbf{s}_{t-2}$ et la mettre dans l'équation (30). On obtient alors:

$$\mathbf{q}_t = (\mathbf{T} - \mathbf{A}^{-1}) \mathbf{c} + (\mathbf{T}\mathbf{A} - \mathbf{A}^{-1}\mathbf{B}\mathbf{M}) \mathbf{q}_{t-1} + \mathbf{A}^{-1} \lambda_t \mathbf{p}_t - \mathbf{T} \lambda_{t-1} \mathbf{p}_{t-1} \quad (32)$$

où

$$\mathbf{T} = \mathbf{A}^{-1} \mathbf{B} \mathbf{R} \mathbf{D}^{-1}$$

Avant de passer à l'estimation il faut encore introduire d'autres hypothèses. Voyons toutefois, auparavant, l'analyse de cette fonction.

C. Problèmes de longue période

Si on veut étudier les problèmes de longue période il faut supposer que les prix et le revenu restent constants. Ecrivons alors l'équation (26) de la manière suivante:

$$\mathbf{q}_t = \mathbf{k} + \mathbf{Q}_s \mathbf{s}_{t-1} \quad (33)$$

où

$$\mathbf{k} = -\mathbf{A}^{-1} \mathbf{c} + \frac{1}{\mathbf{p}' \mathbf{A}^{-1} \mathbf{p}} [\mathbf{A}^{-1} \mathbf{p} \mathbf{p}' \mathbf{A}^{-1} \mathbf{c} + \mathbf{A}^{-1} \mathbf{p} \mu] \quad (34)$$

Comme les prix sont supposés fixes $\mathbf{k}$ et $\mathbf{Q}_s$ deviennent des constantes. La consommation est alors uniquement une fonction des stocks. On arrivera à une certaine quantité d'équilibre (de longue période) s'il existe des stocks d'équilibre. En introduisant l'équation (33) dans (29) on obtient:

$$\mathbf{s}_t = \mathbf{M}\mathbf{k} + (\mathbf{M}\mathbf{Q}_s + \mathbf{R}) \mathbf{s}_{t-1} \quad (35)$$

Nous avons ici une équation linéaire aux différences finies de premier ordre. La solution de cette équation pour une valeur initiale donnée est

$$\mathbf{s}_{t_0+n} = [\mathbf{I} - \mathbf{H}]^{-1} [\mathbf{I} - \mathbf{H}^n] \mathbf{M}\mathbf{k} + \mathbf{H}^n \mathbf{s}_{t_0} \quad (36)$$

où $\mathbf{H} = \mathbf{M}\mathbf{Q}_s + \mathbf{R}$ et $\mathbf{I} - \mathbf{H}$ est supposée non-singulière.

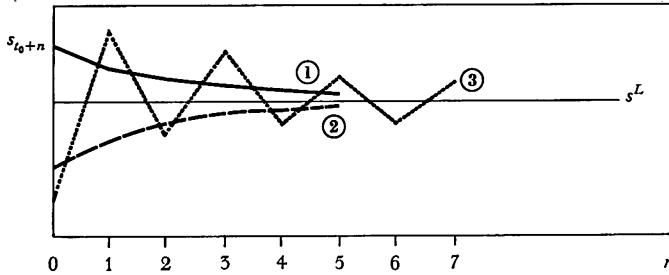
La condition nécessaire et suffisante pour que des stocks d'équilibre existent est que le rayon spectral de $\mathbf{H}$ ¹² soit inférieur à l'unité. En supposant que cette condition soit satisfaite on a alors le stock d'équilibre:

¹² C'est-à-dire:

$$\rho(\mathbf{H}) = \max \{ |\lambda_1|, |\lambda_2|, \dots, |\lambda_k| \}$$

$$s^L = \lim_{n \rightarrow \infty} s_{t_0+n} = [I-H]^{-1} M k \quad (37)$$

Voyons maintenant de quelle manière les stocks s'approchent de la valeur d'équilibre. Si on prend un seul stock on peut représenter graphiquement cette évolution :



Si tous les autres stocks sont (toujours) nuls, les différentes évolutions dépendent du coefficient non-nul du vecteur Hs_{t_0} . Lorsque ce coefficient (dont la valeur absolue doit être inférieure à l'unité) est positif on a les courbes ① et ②, selon le point de départ ; lorsqu'il est négatif on a l'évolution ③.

Dans le cas général l'évolution dépend des coefficients de la matrice H . Si on prend toutefois comme valeur initiale un vecteur associé à une valeur caractéristique (λ_1) de la matrice, on peut préciser davantage l'évolution. Si λ_1 est positive on a alors le cas ① (car s_{t_0} est positif).

Si λ_1 est négative on a le cas ③.

Dans ce cas l'évolution serait la même pour tous les stocks.

S'il y a un stock d'équilibre il y aura aussi une quantité d'équilibre :

$$q^L = k + Q_s s^L \quad (38)$$

L'évolution des achats suit celle des stocks. En effet, avec (33) et (36) on a :

$$q_{t_0+(n+1)} = k + Q_s [I-H]^{-1} [I-H^n] M k + Q_s H^n s_{t_0} \quad (39)$$

Nous allons maintenant préciser davantage les formules des variations de longue période. On peut écrire l'équation (29) de la manière suivante :

$$R \Delta s_t = M q_t - D s_t \quad (40)$$

En équilibre de longue période la variation des stocks est nulle et alors¹³ :

¹³ On pourrait introduire l'équation (41) dans les conditions de premier ordre (24). Au lieu de la valeur A on aurait alors $A + B D^{-1} M = G$. Si on remplace A par G dans les formules des variations de courte période (par rapport au revenu et aux prix) on obtient celles de longue période.

$$s^L = D^{-1} M q^L \quad (41)$$

c'est-à-dire la quantité des achats non consommée est égale à la consommation des stocks. En prenant la dérivée par rapport au revenu on a :

$$s_{\mu}^L = D^{-1} M q_{\mu}^L \quad (42)$$

et l'effet total d'une variation du revenu (Cf. équations (22)) est donc :

$$q_{\mu}^L = [I - Q_s D^{-1} M]^{-1} q_{\mu} \quad (43)$$

En prenant la dérivée de (41) par rapport aux prix on a :

$$S_p^L = D^{-1} M Q_p^L \quad (44)$$

et alors l'effet total des prix est :

$$Q_p^L = [I - Q_s D^{-1} M]^{-1} Q_p \quad (45)$$

Avec les équations (43) et (45) on a la matrice de l'effet de substitution :

$$K^L = [I - Q_s D^{-1} M]^{-1} K \quad (46)$$

Ce sont donc les éléments de la matrice $[I - Q_s D^{-1} M]$ qui déterminent la grandeur de l'effet de longue période par rapport à celui de courte période.

D. L'équation à estimer

L'un des buts de l'estimation est de calculer les paramètres structurels, c'est-à-dire les paramètres de la fonction de demande (26). Or si on estime l'équation (32) on ne peut pas trouver la valeur de B (et aussi celle de R et M). Il faut alors introduire d'autres hypothèses. On peut tout d'abord penser exprimer M en fonction de R . Supposons alors que les achats sont répartis d'une manière uniforme tout au long de la période. Si on divise cette période en h parties la quantité achetée pendant cet intervalle sera $\frac{1}{h} q$. En supposant un « amortissement » linéaire¹⁴ à l'intérieur de la période on a :

$$[I - M] q = [h F + (h-1) F + (h-2) F + \dots + F] \frac{1}{h} q \quad (47)$$

où

$$F = \frac{1}{h} D$$

Lorsque h tend vers l'infini on a :

$$\lim_{h \rightarrow \infty} [I - M] q = \frac{1}{2} [I - R] q \quad (48)$$

Cette équation nous permet d'exprimer M en fonction de D (ou R) :

$$M = I - \frac{1}{2} D = \frac{1}{2} [I + R] \quad (49)$$

Si les achats sont répartis assez uniformément on peut considérer que la moitié du taux d'amortissement des stocks est une bonne approximation du taux d'amortissement des achats.

Mais ce n'est pas encore suffisant pour identifier les paramètres structurels. En outre les variables sont trop nombreuses et sans proportion avec la longueur des données statistiques disponibles. On peut alors se contenter de prendre des matrices diagonales comme paramètres structurels. Si **A** et **B** sont des matrices diagonales, la fonction d'utilité (23) devient alors de forme additive dans les variables quantités et quantités-stocks. Comme l'utilité marginale devrait être décroissante, la matrice **A** devrait être définie négative. C'est d'ailleurs une condition suffisante pour maximiser l'utilité. L'additivité toutefois impose des restrictions très fortes sur les variations de courte période. En effet les dérivées croisées par rapport aux prix sont proportionnelles aux dérivées par rapport au revenu. Par conséquent, le coefficient qui détermine, selon la définition de Hicks, la substituabilité ou complémentarité des biens (K_{ij}) est proportionnel à l'effet de revenu. En prenant **A** comme matrice définie négative, l'effet de revenu sera toujours positif et il n'y aura, par conséquent, que des biens substituables. Aussi les dérivées croisées par rapport aux prix seront toutes positives.

Voyons la conséquence sur l'effet des stocks $Q_s = -\frac{1}{\lambda}KB$. Dans la matrice $-\frac{1}{\lambda}K$ il n'y aura des valeurs positives que sur la diagonale principale. Comme **B** est aussi supposée diagonale, ce ne sera que le coefficient du stock s_i qui détermine si pour le bien i on aura effet d'habitude ou de stock. En utilisant la terminologie de la partie I., on dira qu'on a ici uniquement l'effet principal. L'influence directe est alors sûrement positive pour les habitudes et négative pour les stocks. L'influence indirecte, comme il n'y a que des biens concurrents, sera positive pour les stocks et négative pour les habitudes.

Avec toutes ces suppositions l'équation (32) devient:

$$q_t = A^{-1} (R - I) c + [R - \frac{1}{2} A^{-1} B (I + R)] q_{t-1} + A^{-1} \lambda_t p_t - A^{-1} R \lambda_{t-1} p_{t-1} \quad (50)$$

ou encore:

$$q_t = K_0 + K_1 q_{t-1} + K_2 \lambda_t p_t + K_3 \lambda_{t-1} p_{t-1} \quad (51)$$

où

$$\begin{aligned} K_0 &= A^{-1} (R - I) c \\ K_1 &= [R - \frac{1}{2} A^{-1} B (I + R)] \\ K_2 &= A^{-1} \\ K_3 &= -A^{-1} R \end{aligned} \quad (52)$$

Pour estimer cette équation il est avantageux d'utiliser le procédé itératif employé par Houthakker et Taylor [10].

Si la valeur de λ est connue on peut estimer l'équation (51) par la méthode des moindres carrés. Alors Houthakker et Taylor donnent à λ une valeur arbitraire¹⁵ et calculent les paramètres avec la méthode des moindres carrés. Après on fait le produit $\mathbf{p}'_t \mathbf{q}_t$ et si on trouve une valeur qui est différente de μ_t , on calcule une nouvelle valeur de λ_t :

$$\hat{\lambda}_t = \frac{1}{\mathbf{p}'_t \hat{\mathbf{K}}_2 \mathbf{p}_t} [\mu_t - \mathbf{p}'_t \hat{\mathbf{K}}_0 - \mathbf{p}'_t \hat{\mathbf{K}}_1 \mathbf{q}_{t-1} - \hat{\lambda}_{t-1} \mathbf{p}'_t \hat{\mathbf{K}}_3 \mathbf{p}_{t-1}]^{16} \quad (53)$$

On estime alors l'équation (51) avec cette nouvelle valeur de λ et ainsi de suite jusqu'à ce que le résultat converge.

Avec les valeurs estimées de $\mathbf{K}_0, \mathbf{K}_1, \mathbf{K}_2, \mathbf{K}_3$ on peut obtenir les paramètres structurels. Si on prend les éléments sur la diagonale principale de ces matrices on a:

$$c_i = -\frac{K_{0i}}{K_{2i} + K_{3i}} \quad (a)$$

$$A_i = \frac{1}{K_{2i}} \quad (b) \quad (54)$$

$$B_i = -\frac{2 \left(K_{1i} + \frac{K_{3i}}{K_{2i}} \right)}{K_{2i} - K_{3i}} \quad (c)$$

Comme

$$R_i = -\frac{K_{3i}}{K_{2i}}$$

on obtient aussi les taux de dépréciation:

$$D_i = \frac{K_{2i} + K_{3i}}{K_{2i}} \quad (55)$$

E. Problèmes d'estimation

Si on veut passer à l'estimation il faut transformer le modèle déterministique en un modèle stochastique en introduisant le terme des erreurs.

L'hypothèse la plus simple consiste dans l'introduction de ce terme dans l'équation (51):

$$\mathbf{q}_t = \mathbf{K}_0 + \mathbf{K}_1 \mathbf{q}_{t-1} + \mathbf{K}_2 \lambda_t \mathbf{p}_t + \mathbf{K}_3 \lambda_{t-1} \mathbf{p}_{t-1} + \mathbf{e}_t \quad (56)$$

¹⁵ Comme son nom l'indique, l'utilité marginale du revenu dépend du revenu. Il est donc préférable, et l'expérience le confirme, de donner à λ une valeur liée au revenu (et décroissante avec celui-ci), par exemple $\frac{1}{\mu_t}$.

¹⁶ L'accent circonflexe indique qu'il s'agit de valeurs estimées.

et supposer que $\mathbf{e}$ est une variable aléatoire indépendante de t non-autocorrélée, avec espérance mathématique nulle et variance σ_e^2 . L'hypothèse d'absence d'autocorrélation est assez forte, surtout lorsqu'on a un modèle autorégressif. L'avantage de cette supposition est qu'alors les estimateurs sont convergents. Toutefois dans les petits échantillons les estimateurs qui en résultent sont biaisés (*Hurwicz* [11]).

Les paramètres estimés sont ici utilisés pour obtenir les paramètres de l'équation structurelle. On est alors surtout intéressé de voir si les paramètres de l'équation structurelle sont significatifs ou pas.

Si certaines conditions de convergence en probabilité sont satisfaites, on peut calculer les écarts-types (asymptotiques) des paramètres structurels $g(x_1, x_2, \dots, x_k)$ en utilisant les covariances des paramètres $(x_1, x_2, \dots, x_k)$ de la forme réduite. On a en effet:

$$\text{var } g = \sum_{i,j=1}^k \left[\frac{\partial g}{\partial x_i} \frac{\partial g}{\partial x_j} \text{cov}(x_i, x_j) \right]$$

[Cf. formule (10.12) dans M.G. Kendall and A. Stuart, *The Advanced Theory of Statistics*, vol. I, 2nd Edition, C. Griffin, London, 1963, p. 232 et E. Malinvaud [13], pp. 532-534]. La racine carrée nous donne alors les écarts-types recherchés.

Il est aussi très important de tester l'hypothèse d'absence d'autocorrélation dans les erreurs. Le test Durbin-Watson pourrait être utilisé. Toutefois ici on a un modèle autorégressif et alors les valeurs calculées par Durbin et Watson ne sont pas utilisables. Si on introduit le terme des erreurs, avec les mêmes propriétés que ci-dessus, dans l'équation structurelle (26) on obtient l'équation réduite suivante:

$$\mathbf{q}_t = \mathbf{K}_0 + \mathbf{K}_1 \mathbf{q}_{t-1} + \mathbf{K}_2 \lambda_t \mathbf{p}_t + \mathbf{K}_3 \lambda_{t-1} \mathbf{p}_{t-1} + \mathbf{v}_t \quad (59)$$

où
$$\mathbf{v}_t = \mathbf{e}_t - \mathbf{R} \mathbf{e}_{t-1}$$

Les erreurs $\mathbf{v}_t$ sont alors autocorrélées avec toutes les conséquences qu'on verra ci-dessous. Elles représentent un processus de moyennes mobiles. Avec

$$E(e_{it}) = 0 \quad E(e_{it}^2) = \sigma_i^2$$

(voir hypothèse au début de ce paragraphe)

on obtient:

$$\begin{aligned} E(v_{it}^2) &= (1 + R_i^2) \sigma_i^2 \\ E(v_{it} v_{it-\tau}) &= -R_i \sigma_i^2 \quad \tau = 1 \\ &= 0 \quad \tau > 1 \end{aligned}$$

Il faudrait alors tester l'absence d'autocorrélation dans les erreurs e_i . Comme le test de Durbin-Watson représente la valeur du rapport de Von

Neumann [17] appliqué aux résidus, on peut penser d'utiliser le principe de ce rapport pour avoir une valeur théorique d'un test de type Durbin-Watson. Si les erreurs e_{it} représentent un processus aléatoire, on a alors :

$$E(D.W) = \frac{n-1}{n} \left[2 + \frac{2R_i}{1 + R_i^2} \right]$$

où n est le nombre des observations. Si n est grand $\frac{n-1}{n}$ sera très près de 1 et alors :

$$E(D.W) \cong 2 + \frac{2R_i}{1 + R_i^2}$$

Mais on ne connaît que la valeur estimée de R_i . Si on prend cette valeur on peut se faire, toutefois, une idée de la valeur théorique et la comparer avec la valeur donnée par le test de Durbin-Watson.

Il est probable que les erreurs soient autocorrélées, comme il arrive souvent avec les données économiques. La conséquence la plus grave sur l'estimation est l'existence d'un biais asymptotique dans l'estimation du paramètre de la variable retardée. En outre, la variance est sousestimée. Toutefois on a aussi des variables exogènes et alors le biais est moins important (Malinvaud [13], p. 19).

Si les erreurs sont introduites dans la forme structurelle il est possible de calculer, comme ci-dessus, une valeur théorique à l'aide du rapport de Von Neumann.

Supposons alors que les erreurs obéissent à un processus autorégressif de premier ordre :

$$e_{it} = \rho_i e_{i(t-1)} + \eta_{it} \quad |\rho_i| < 1$$

où η_{it} constituent un processus aléatoire avec moyenne zéro et variance σ_i^2 . Alors

$$E(e_{it}^2) = \frac{\sigma_i^2}{1 - \rho_i^2} \quad E(e_{it} e_{i(t-\tau)}) = \rho_i^\tau \frac{\sigma_i^2}{1 - \rho_i^2} \quad \tau \neq 0$$

et

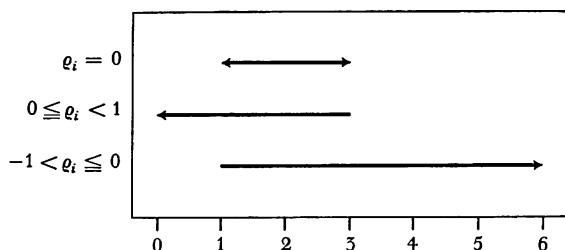
$$E(v_{it}^2) = \frac{\sigma_i^2}{1 - \rho_i^2} [1 + R_i^2 - 2R_i \rho_i]$$

$$E(v_{it} v_{i(t-1)}) = \frac{\sigma_i^2}{1 - \rho_i^2} [\rho_i - R_i - R_i \rho_i^2 + R_i^2 \rho_i]$$

La valeur théorique est alors :

$$E(D.W) \cong 2 \left[1 - \rho_i + \frac{R_i - R_i \rho_i^2}{1 + R_i^2 - 2R_i \rho_i} \right]$$

On peut représenter graphiquement les différentes valeurs prises par $E(D.W)$:



La variation entre la valeur la plus petite et la valeur la plus grande dépend du paramètre R_t .

La puissance du test de Durbin-Watson est toutefois faible ici, car on a un modèle autorégressif et alors les coefficients d'autocorrélation calculés à l'aide des résidus sont biaisés vers zéro (dans le cas d'autocorrélation positive) (*Malinvaud* [13] p. 24).

Les propriétés des estimateurs dans un modèle autorégressif sont donc très faibles. Si, comme dans notre cas, les séries de données disponibles sont courtes, il est encore préférable d'utiliser les moindres carrés directs (*Malinvaud* [14], p. 477).

III. Estimation d'un système complet de fonctions de demande dynamique pour la Suisse¹⁷

Le modèle exposé dans la deuxième partie a été utilisé pour l'estimation d'un système complet de fonctions de demande dynamique pour la Suisse.

A. Données utilisées

On a pris les chiffres de la consommation privée calculés par le Bureau Fédéral de Statistique (compte N° 4 de la comptabilité nationale). La série est toutefois assez courte car les chiffres annuels disponibles commencent seulement en 1948. On a alors 21 observations (1948–1968). La méthode d'évaluation¹⁸, basée en partie sur les résultats de budgets familiaux, est encore assez approximative.

Les dépenses sont ventilées en 14 catégories.

¹⁷ Les calculs ont été effectués sur l'ordinateur Univac III de l'Institut d'Automatisme de l'Université de Fribourg.

¹⁸ Cf. Bureau Fédéral de Statistique [2], pp. 64–95.

Nous sommes intéressés aux quantités achetées (par le consommateur) avec les prix correspondants et au revenu disponible. Comme on a différents biens dans chaque catégorie, on représente les quantités par le « volume de la consommation », donné par la consommation au prix constant (base 1958). Il faut aussi diviser par la population résidente pour obtenir des valeurs pro capite (Pour les chiffres jusqu'en 1966, voir Solari L. [19], Tableau 9¹⁹). Comme approximation du revenu disponible on utilise les dépenses de consommation par tête (revenu dépensé). Pour les prix on prendra les indices des 14 catégories calculés par le Bureau Fédéral de Statistique.

Comme on utilise uniquement le rapport prix/revenu, il n'est pas nécessaire de tenir compte de la dépréciation de la monnaie.

B. Convergence

Le seuil de l'« adding-up » a été fixé à 0,1%. Une précision plus forte n'a en effet aucun sens puisqu'une faute de cette grandeur est déjà obtenue à cause des chiffres arrondis.

La convergence a été assez rapide et a été obtenue après 8 itérations.

C. Résultats obtenus

Dans le *Tableau I* on donne les paramètres de l'équation réduite estimée. Le coefficient de corrélation est très élevé. Toutefois on a ici des données temporelles et le résultat est escompté.

Le nombre très limité des observations conduit à des écarts-types qui sont assez élevés. 16 écarts-types, sur un total de 56, sont plus grands que le coefficient correspondant et 7 sont plus grands que la moitié du coefficient. On trouve le plus grand nombre de ces écarts-types élevés pour le coefficient K_3 qui est lié au prix de la période précédente. Il est possible que ceci soit dû à la faible variation des prix²⁰. Les meilleurs coefficients sont donnés par le paramètre K_1 , mais il s'agit du paramètre de la variable endogène retardée.

Avec les coefficients de la forme réduite on obtient ceux de la forme structurelle (*Tableau II*). Ici on a 19 écarts-types supérieurs au coefficient respectif et 8 supérieurs à la moitié du coefficient. Toutefois ces écarts-types sont des approximations car les hypothèses de calcul ne sont pas entièrement satisfaites.

Les valeurs de A sont toutes négatives, sauf pour la catégorie « personnel de maison » (mais avec un écart-type plus grand), confirmant l'hypothèse de l'utilité marginale décroissante. La valeur de c est aussi conforme à la théorie. L'effet

¹⁹ La catégorie Divers a toutefois été modifiée, depuis lors, par le Bureau Fédéral de Statistique.

²⁰ En outre on a supposé que la valeur de λ utilisée correspondait à sa vraie valeur.

des stocks sur l'utilité marginale (B) est positif, sauf pour «loyer, entretien du logement» et «chauffage, éclairage». Ces deux catégories ont un «taux de dépréciation» supérieur à l'unité.

Un taux supérieur à l'unité est difficile à expliquer, surtout pour la catégorie «loyer, entretien du logement». En outre les écarts-types correspondants sont supérieurs au coefficient.

En ce qui concerne la valeur des taux de dépréciation, il est difficile de donner des jugements car la formation d'habitudes et les stocks proprement dits sont souvent liés. Le taux de dépréciation obtenu se réfère alors aux deux effets.

Les valeurs de $E(D.W)$ ont été calculées en introduisant les valeurs trouvées de R_i dans l'équation donnée ci-dessus (dans le cas d'absence d'autocorrélation des erreurs de la forme structurelle). Si l'espérance mathématique du test se trouve dans un intervalle de $\pm 10\%$ de ces valeurs, on voit qu'on est en présence d'une autocorrélation positive des erreurs assez importante, sauf pour la catégorie «loyer, entretien du logement». Pour «boissons, tabac» et «chauffage, éclairage» on a une autocorrélation négative.

1. Dérivées et élasticités

Avec les coefficients du *Tableau II* on peut calculer les dérivées et les élasticités, de courte et de longue période [Cf. *Tableaux III et IV*]. Ces résultats ont été obtenus en prenant les valeurs moyennes de λ , p et q . L'effet d'un accroissement des stocks est positif, sauf pour «loyer, entretien du logement», «chauffage, éclairage» et «personnel de maison». En regardant la composition des différentes catégories, on pouvait s'attendre à un effet de stock proprement dit pour «loyer, entretien du logement», «chauffage, éclairage», «aménagement du logement» et peut-être «transports, communications». Les résultats montrent que c'est bien le cas pour les deux premières catégories. Toutefois les valeurs de B correspondantes ont écarts-types plus hauts que les coefficients. La valeur négative de la catégorie «personnel de maison» est due au fait que K est positif. Toutes les autres catégories montrent l'importance de la formation d'habitudes. Toutefois nous avons l'impression que les séries temporelles accentuent l'effet d'habitudes. En outre pour voir l'effet d'ajustement des stocks il faudrait utiliser des catégories moins agrégées.

Les élasticités par rapport au revenu sont toutes positives, sauf pour «personnel de maison» en courte période et «loyer, entretien du logement» et «divers» en longue période. Le résultat pour le personnel de maison est dû au fait que A est positif. Aussi les résultats des autres catégories sont suspects. Pour les denrées alimentaires on ne s'attendait pas à une élasticité supérieure à l'unité. Il est probable que ceci soit dû à une modification des proportions

entre les différents biens à l'intérieur de la catégorie. Pour les catégories «habillement», «loyer, entretien du logement», «aménagement du logement» et «divers» l'élasticité de longue période par rapport au revenu est plus petite que celle de courte période.

Les élasticités par rapport aux prix sont toutes négatives en courte période, sauf pour la catégorie «personnel de maison». Les prix ont en général une faible influence sur les quantités, surtout en courte période.

Pour l'effet des stocks on ne peut pas calculer l'élasticité car on ne dispose pas des données relatives aux stocks.

2. *Utilité marginale du revenu*

Pour satisfaire l'«adding-up» on a dû calculer les valeurs de l'utilité marginale du revenu pour chaque année. Ces valeurs n'ont pas un très grand intérêt car elles ne sont pas invariantes par rapport à une transformation monotone croissante de la fonction d'utilité. Toutefois il est intéressant de voir l'évolution de cette utilité marginale par rapport au revenu. En effet la pente négative est invariante par rapport à une transformation (F) monotone croissante et non-convexe [c'est-à-dire $F' > 0$, $F'' \leq 0$] de la fonction d'utilité (Cf. Mattei [15]). Dans le Graphique I on a tracé l'évolution de l'utilité marginale du revenu par rapport au revenu.

3. *Stabilité*

Pour voir si le système était stable on a calculé des puissances de plus en plus élevées de la matrice **H**. Les éléments de cette matrice tendaient vers zéro et le système est donc stable. Les catégories «loyer, entretien du logement» et «personnel de maison» représentent toutefois l'exception, à cause du taux de dépréciation trop fort.

IV. Prévisions pour 1980

L'équation (51) peut être utilisée aussi pour des essais de prévision. On suppose que les erreurs ne soient pas autocorrélées. Les prix et le revenu étant des variables exogènes, il faut toutefois disposer des prévisions de ces variables. Comme ces prévisions n'existent pas, on a procédé de la manière suivante. Avec l'équation:

$$y_t = y_0(1 + i)^t$$

on a estimé par la méthode des moindres carrés les taux de croissance (i) des prix et du revenu. Les résultats figurent au *Tableau V*. Tous les écarts-types étaient inférieurs à la moitié du coefficient estimé.

Si le taux de croissance reste constant on peut alors utiliser l'équation ci-dessus pour prévoir les prix et le revenu jusqu'en 1980. Les résultats pour 1970, 1975 et 1980 sont donnés au *Tableau V*. Il faut toutefois se rappeler qu'on utilise seulement le rapport prix/revenu et la valeur absolue de ces paramètres a donc une importance très limitée pour la prévision des quantités. En introduisant les variables exogènes ainsi trouvées et en modifiant la valeur de λ de manière à épuiser le revenu disponible, on obtient les prévisions des quantités (ou volume de la consommation). Dans le *Tableau VI* on donne les valeurs obtenues pour les années 1970, 1975 et 1980. On peut aussi calculer les écarts-types des erreurs de prévision (Cf. Malinvaud [14], pp. 462-464), en supposant que les coefficients estimés correspondent à leurs vraies valeurs et en ne considérant pas les erreurs des variables exogènes. Les écarts-types obtenus, pour les années 1970, 1975 et 1980 sont donnés au *Tableau VI*.

Dans les graphiques de II à VII on a représenté les quantités observées et estimées avec les prévisions jusqu'en 1980. Comme on a pris des taux de croissance constants, il faut considérer ces valeurs uniquement comme un trend prévu. L'évolution des denrées alimentaires semble un peu suspecte. Il est possible que l'indice des prix n'a pas réussi à nous donner effectivement le volume des denrées alimentaires, à cause de l'accroissement des achats de biens plus chers à l'intérieur de la catégorie.

Il est aussi intéressant de voir la répartition des différentes dépenses. Les résultats, en pourcent, sont donnés au *Tableau VII*. Ici on s'attendait à une diminution plus forte des dépenses alimentaires.

Conclusion

La dynamisation de la théorie du consommateur nous a permis d'élargir le modèle qui devrait servir à la compréhension des phénomènes de la demande. La confrontation avec la réalité économique est alors nécessaire pour voir si ce but est atteint. Malheureusement le modèle estimé est beaucoup plus restrictif que la théorie discutée. Toutefois on a déjà pu obtenir plusieurs informations utiles, en particulier sur l'importance des habitudes.

Il serait aussi intéressant de voir la comparaison avec d'autres fonctions de demande.

L'importance de l'autocorrélation suggère aussi l'utilisation d'autres méthodes d'estimation.

Les résultats obtenus indiquent en tout cas que la continuation des études dans ces directions paraît fructueuse.

Tableau I. Paramètres de l'équation réduite*

Catégorie	K_0	K_1	K_2	K_3	R^2	S_e
1. Denrées alimentaires	159,29 (180,62)	0,94583 (0,10250)	—23497 (4826,6)	19550 (6688,5)	0,993	11,277
2. Boissons, tabac	394,06 (127,93)	0,59593 (0,14201)	—10777 (1805,5)	1678,2 (3172,7)	0,990	7,9561
3. Habillement	384,39 (117,27)	0,39311 (0,18653)	—9528,2 (1160,9)	3055,2 (2227,2)	0,991	5,5213
4. Loyer, entretien du logement	37,419 (62,241)	1,0053 (0,1053)	—592,94 (1333,7)	—936,42 (1540,6)	0,935	3,9457
5. Chauffage, éclairage	333,51 (77,569)	0,0086 (0,2298)	—1737,1 (1813,3)	—3080,3 (2139,8)	0,896	9,4573
6. Aménagement du logement	368,14 (111,91)	0,41563 (0,18203)	—9697,4 (1778,6)	488,46 (3027,7)	0,994	5,5156
7. Nettoyage	8,1133 (10,281)	0,96052 (0,11923)	—210,48 (455,48)	16,275 (497,13)	0,944	1,3889
8. Hygiène, soins personnels	180,11 (51,748)	0,67588 (0,09843)	—4565,4 (762,23)	710,74 (1277,8)	0,996	2,7336
9. Transports, communications	212,32 (126,77)	0,82278 (0,12675)	—10570 (3137,1)	5151,7 (5005,5)	0,996	9,5229
10. Instruction, loisirs	274,70 (109,09)	0,64034 (0,15757)	—8594,1 (2270,7)	1721,0 (3302,6)	0,991	6,3251
11. Assurance	42,323 (29,483)	0,76980 (0,16885)	—1616,0 (576,09)	707,46 (646,74)	0,991	1,6312
12. Personnel de maison	—21,844 (17,964)	1,0764 (0,0799)	106,68 (587,30)	432,68 (587,71)	0,995	1,3667
13. Dépenses à l'étranger	59,315 (26,715)	0,8372 (0,0849)	—3956,6 (591,27)	2378,9 (515,09)	0,996	2,9270
14. Divers	6,1392 (17,145)	1,0041 (0,0857)	—2273,5 (316,31)	2039,8 (463,60)	0,996	0,99081

* Entre parenthèse on a les écarts-types estimés. R^2 = carré du coefficient de corrélation multiple S_e = écart-type estimé.

*Tableau II. Paramètres de l'équation structurelle**

	<i>c+</i>	<i>A+</i>	<i>B+</i>	<i>D</i>	<i>D.W</i>	<i>E_e(D.W)</i>
1. Denrées alimentaires	0,40359 (0,18120)	—0,42558 (0,08742)	0,052870 (0,037061)	0,16797 (0,13901)	1,7587	2,9833
2. Boissons, tabac	0,43307 (0,01363)	—0,92788 (0,15545)	0,70687 (0,52729)	0,84429 (0,28346)	2,7146	2,3041
3. Habillement	0,59385 (0,01375)	—1,0495 (0,1279)	0,11517 (0,16019)	0,67935 (0,21778)	1,7385	2,5815
4. Loyer, entretien du logement	0,24467 (0,35298)	—16,865 (37,934)	—150,49 (882,50)	2,5793 (5,9999)	1,0743	1,0960
5. Chauffage, éclairage	0,69232 (0,0406)	—5,7568 (6,0094)	—26,531 (32,864)	2,7733 (2,9519)	1,8986	1,1443
6. Aménagement du logement	0,39977 (0,00536)	—1,0312 (0,1891)	0,71718 (0,65695)	0,94963 (0,30852)	1,4446	2,1005
7. Nettoyage	0,41776 (0,30872)	—47,510 (102,81)	77,898 (513,86)	0,92268 (2,1999)	1,3958	2,1537
8. Hygiène, soins personnels	0,46724 (0,01050)	—2,1904 (0,3657)	1,9719 (1,3835)	0,84432 (0,26756)	1,8042	2,3040
9. Transports, communications	0,39184 (0,01273)	—0,94605 (0,28077)	0,42667 (0,53345)	0,51262 (0,37205)	1,5095	2,7877
10. Instruction, loisirs	0,39968 (0,01275)	—1,1636 (0,3074)	0,85329 (0,90379)	0,79975 (0,35438)	0,97437	2,5851
11. Assurance	0,46585 (0,02789)	—6,1882 (2,2061)	2,8579 (3,1549)	0,56221 (0,36532)	1,9713	2,7348
12. Personnel de maison	0,40500 (0,03663)	93,738 (516,04)	314,86 (666,36)	5,0558 (26,360)	0,75699	1,5351
13. Dépenses à l'étranger	0,37595 (0,01528)	—2,5274 (0,3777)	0,74475 (0,27552)	0,39876 (0,15036)	1,5490	2,8832
14. Divers	0,26275 (0,41968)	—4,3985 (0,6120)	0,49548 (0,29038)	0,10277 (0,12804)	2,1724	2,9941

* Entre parenthèses on a les écarts-types estimés. D. W : valeurs du test Durbin-Watson

+ Les coefficients de A et B ont été multipliés par 10 000, ceux de c par 10.

$E_e(D. W)$ = valeurs calculées de $E(D. W)$

Tableau III. Dérivées

		revenu	dépendé	prix		stock
				compensé	non-compensé	
1. Denrées alimentaires	CP*	0,26294	—423,65	—713,74	0,0910	
	LP	0,44902	—974,62	—1470,00		
2. Boissons, tabac	CP	0,11353	—236,36	—287,46	0,67908	
	LP	0,15065	—484,80	—543,60		
3. Habillement	CP	0,10841	—208,17	—248,06	0,09744	
	LP	0,06684	—244,30	—268,89		
4. Loyer, entretien du logement	CP	0,00697	—14,48	—17,86	—8,8568	
	LP	—1,8652	21200	22103		
5. Chauffage, éclairage	CP	0,01933	—41,90	—46,05	—4,5186	
	LP	0,02978	—115,95	—122,34		
6. Aménagement du logement	CP	0,10996	—211,58	—237,67	0,61673	
	LP	0,09842	—348,43	—371,79		
7. Nettoyage	CP	0,00239	—5,166	—5,32	1,6356	
	LP	0,03073	—117,21	—119,16		
8. Hygiène, soins personnels	CP	0,05213	—106,26	—119,44	0,85159	
	LP	0,07480	—269,92	—288,83		
9. Transports, communications	CP	0,12316	—226,18	—269,78	0,39222	
	LP	0,19621	—596,09	—665,55		
10. Instruction, loisirs	CP	0,09366	—191,85	—220,39	0,66535	
	LP	0,11470	—416,81	—451,76		
11. Assurance	CP	0,01835	—39,01	—40,46	0,45309	
	LP	0,02468	—94,63	—96,58		
12. Personnel de maison	CP	—0,00136	2,63	2,73	—3,3643	
	LP	0,04968	—163,62	—167,28		
13. Dépenses à l'étranger	CP	0,04597	—92,63	—97,19	0,28038	
	LP	0,06200	—222,79	—228,95		
14. Divers	CP	0,02581	—54,45	—57,54	0,10965	
	LP	—0,35787	1927,6	1970,5		

*CP = courte période
LP = longue période

Tableau IV. Elasticités

		revenu dépensé	prix	
			compensé	non-compensé
1. Denrées alimentaires	CP*	1,0418	—0,59021	—0,65740
	LP	1,7791	—0,89768	—1,35400
2. Boissons, tabac	CP	1,1027	—0,50242	—0,61102
	LP	1,2691	—1,05050	—1,15550
5. Habillement	CP	1,2880	—0,58456	—0,69658
	LP	0,7941	—0,68601	—0,75507
4. Loyer, entretien du logement	CP	0,0630	—0,03194	—0,05938
	LP	—16,8420	46,75700	48,74900
5. Chauffage, éclairage	CP	0,5958	—0,19756	—0,21690
	LP	0,6068	—0,54612	—0,57622
6. Aménagement du logement	CP	2,0254	—0,91800	—1,03120
	LP	1,8128	—1,51180	—1,61310
7. Nettoyage	CP	0,1644	—0,08581	—0,08627
	LP	2,1160	—1,90150	—1,95510
8. Hygiène, soins personnels	CP	0,9011	—0,43568	—0,48975
	LP	1,2929	—1,10680	—1,18450
9. Transports, communications	CP	1,5209	—0,67604	—0,80635
	LP	2,4250	—1,78170	—1,98950
10. Instruction, loisirs	CP	1,5456	—0,62510	—0,71579
	LP	1,6456	—1,35570	—1,46720
11. Assurance	CP	1,0145	—0,50872	—0,52763
	LP	1,5646	—1,23410	—1,25960
12. Personnel de maison	CP	—0,0810	0,04145	0,04303
	LP	2,9500	—2,57980	—2,65740
15. Dépenses à l'étranger	CP	2,0250	—0,98582	—1,03250
	LP	2,7284	—2,56650	—2,45180
14. Divers	CP	0,9411	—0,46821	—0,49485
	LP	—13,0470	16,57600	16,94500

*CP = courte période
LP = longue période

Tableau V. Taux de croissance et variables exogènes prévues

	Taux de croissance des prix	prix prévus		
		1970	1975	1980
1. Denrées alimentaires	0,017387	1,241	1,352	1,474
2. Boissons, tabac	0,021327	1,219	1,355	1,505
3. Habillement	0,012485	1,191	1,268	1,349
4. Loyer, entretien du logement	0,038432	1,629	1,967	2,375
5. Chauffage, éclairage	0,011785	1,152	1,221	1,295
6. Aménagement du logement	0,018738	1,275	1,399	1,535
7. Nettoyage	0,015477	1,230	1,328	1,434
8. Hygiène, soins personnels	0,023821	1,356	1,525	1,715
9. Transports, communications	0,014803	1,252	1,547	1,450
10. Instruction, loisirs	0,022771	1,284	1,437	1,608
11. Assurance	0,019981	1,293	1,428	1,576
12. Personnel de maison	0,068805	2,360	3,292	4,592
13. Dépenses à l'étranger	0,017319	1,271	1,385	1,509
14. Divers	0,020025	1,294	1,429	1,578
Taux de croissance et prévisions pour le revenu	0,046933	7252	9122	11473

Tableau VI. Quantités prévues et écarts-types des erreurs de prévision

	Quantités			Ecart-types des erreurs		
	1970	1975	1980	1970	1975	1980
1. Denrées alimentaires	1424	1623	1856	15,731	27,530	33,827
2. Boissons, tabac	605	684	776	10,051	12,348	12,504
3. Habillement	468	512	558	6,517	7,082	7,087
4. Loyer, entretien du logement	529	583	671	5,587	10,523	13,870
5. Chauffage, éclairage	262	281	301	9,498	9,498	9,498
6. Aménagement du loge- ment	364	426	496	6,562	7,207	7,215
7. Nettoyage	81	92	104	1,945	3,465	4,328
8. Hygiène, soins person- nels	332	377	430	3,539	4,644	4,780
9. Transports, communi- cations	615	740	872	12,857	19,522	21,505
10. Instruction, loisirs	433	499	580	8,101	10,311	10,522
11. Assurance	112	126	145	2,170	3,116	3,325
12. Personnel de maison	46	54	8	1,964	4,060	5,891
13. Dépenses à l'étranger	181	218	259	3,967	6,120	6,810
14. Divers	157	183	215	1,403	2,638	3,471

Tableau VII. Réparation des dépenses, en pourcent

	1950	1955	1960	1965	1970	1975	1980
1. Denrées alimentaires	29,0	27,3	25,5	24,6	24,3	24,0	23,8
2. Boissons, tabac	10,0	9,7	9,8	10,2	10,2	10,2	10,2
3. Habillement	9,5	9,1	9,1	8,4	7,7	7,1	6,6
4. Loyer, entretien du logement	12,2	12,4	11,9	11,2	11,9	12,6	13,9
5. Chauffage, éclairage	5,4	5,2	4,8	4,5	4,2	3,8	3,4
6. Aménagement du logement	4,8	5,3	6,0	6,4	6,4	6,5	6,6
7. Nettoyage	1,8	1,6	1,4	1,4	1,3	1,3	1,3
8. Hygiène, soins personnels	5,9	6,1	6,2	6,3	6,2	6,3	6,4
9. Transports, communications	6,3	7,7	9,1	10,2	10,6	10,9	11,0
10. Instruction, loisirs	6,3	6,8	7,0	7,5	7,7	7,9	8,1
11. Assurance	1,8	1,9	2,0	1,9	2,0	2,0	2,0
12. Personnel de maison	2,1	1,9	1,8	1,5	1,5	1,2	0,3
13. Dépenses à l'étranger	1,8	2,1	2,6	3,1	3,2	3,3	3,4
14. Divers	3,1	2,9	2,8	2,8	2,8	2,9	3,0

Références

- [1] *A. P. Barten*, « Consumer Demand Functions Under Conditions of Almost Additive Preferences », *Econometrica*, Vol. 32, 1964, pp. 1–38.
- [2] Bureau Fédéral de Statistique, Cadre, définitions et bases statistiques des comptes nationaux de la Suisse, Berne, 1967.
- [3] *J. S. Cramer*, « A Dynamic Approach to the Theory of Consumer Demand », *The Review of Economic Studies*, Vol. 24, 1956–57, pp. 73–86.
- [4] *G. Debreu*, *Theory of Value*, Wiley, New York, 1959.
- [5] *J. Durbin* and *G. S. Watson*, « Testing for Serial Correlation in Least Squares Regression », *Biometrika*, Vol. 37, 1950, pp. 409–428 and Vol. 38, 1951, pp. 159–178.
- [6] *H. H. Gossen*, *Entwicklung der Gesetze des menschlichen Verkehrs und der daraus fliessenden Regeln für menschliches Handeln*, F. Vieweg, Braunschweig, 1854.
- [7] *J. R. Hicks*, *Value and Capital*, Clarendon Press, Oxford, 1939, Mathematical Appendix.
- [8] *H. S. Houthakker*, « Additive Preferences », *Econometrica*, Vol. 28, 1960, pp. 244–257.
- [9] *H. S. Houthakker* and *L. D. Taylor*, *Consumer Demand in the United States, 1929–1970*, Harvard University Press, Cambridge (Mass.), 1966.
- [10] *H. S. Houthakker* and *L. D. Taylor*, *Consumer Demand in the United States*, 2nd Edition, ch. 7, to be published.
- [11] *L. Hurwicz*, « Least Squares Bias in Time Series » in *T. C. Koopmans* ed., *Statistical Inference in Dynamic Economic Models*, Wiley, New York, 1950, ch. 15.
- [12] *C. E. V. Leser*, « Family Budget Data and Price-Elasticities of Demand », *The Review of Economic Studies*, Vol. 9, 1941–42, pp. 40–57.
- [13] *E. Malinvaud*, « Estimation et prévision dans les modèles économiques autorégressifs », *Revue de l'Institut International de Statistique*, Vol. 29, No. 2, 1961, pp. 1–31.
- [14] *E. Malinvaud*, *Méthodes Statistiques de l'Econométrie*, Dunod, Paris, 1964.
- [15] *A. Mattei*, *La fonction de demande dynamique*, Thèse, Université de Fribourg, à paraître.
- [16] *F. Modigliani* and *R. Brumberg*, « Utility Analysis and the Consumption Function: An Interpretation of Cross-Section Data », in *K. K. Kurihara* ed., *Post Keynesian Economics*, Rutgers University Press, New Brunswick, 1954, ch. 15.
- [17] *J. von Neumann*, « Distribution of the Ratio of the Mean-Square Successive Difference to the Variance », *Annals of Mathematical Statistics*, Vol. 12, 1941, pp. 367–395.
- [18] *E. Slutsky*, « Sulla teoria del bilancio del consumatore », *Giornale degli Economisti e Rivista di Statistica*, vol. 51, 1915, pp. 1–26.
- [19] *L. Solari*, « Fonctions de consommation semi-agrégées pour la Suisse, 1948/66 », *Revue suisse d'Economie politique et de Statistique*, vol. 104, 1968, pp. 111–154.
- [20] *R. Stone*, « Linear Expenditure Systems and Demand Analysis: An Application to the Pattern of British Demand », *The Economic Journal*, Vol. 64, 1954, pp. 511–527.
- [21] *G. Tintner*, « The Theoretical Derivation of Dynamic Demand Curves », *Econometrica*, Vol. 6, 1938, pp. 575–580.

Résumé

Un système complet de fonctions de demande dynamiques. Estimation et prévision pour la Suisse

Le but de cet article est de formuler une version dynamique de la théorie du consommateur, en introduisant les stocks dans la fonction d'utilité. La fonction de demande et les conditions de Slutsky sont étudiées et généralisées. Les effets d'une variation des stocks sont particulièrement examinés. Comme pour une variation des prix, le résultat intuitivement prévu n'est valable que sous certaines hypothèses. La théorie ainsi formulée est ensuite appliquée à une fonction d'utilité quadratique, de manière à arriver (moyennant des hypothèses supplémentaires) à des fonctions de demande estimables.

La stabilité du système et les évolutions possibles sont alors étudiées. La méthode d'estimation choisie et les problèmes économétriques qui surgissent (calcul des écarts types, autocorrélation) sont aussi analysés. Le modèle est ensuite utilisé pour l'estimation d'un système complet de fonctions de demande dynamiques pour la Suisse, en utilisant la ventilation de la consommation donnée par la comptabilité nationale. Une prévision pour 1980 est enfin établie. Les différents graphiques montrent l'évolution de la consommation par tête (en volume) pour les 14 groupes de biens.

Zusammenfassung

Ein vollständiges System dynamischer Nachfragefunktionen. Schätzung und Prognose für die Schweiz

Das Ziel des vorliegenden Artikels besteht darin, eine dynamische Version der Theorie des Konsumentenverhaltens zu formulieren, indem die Lager in die Nutzenfunktionen eingeführt werden. Die Nachfragefunktion und die Bedingungen von Slutsky werden betrachtet und generalisiert. Im besondern werden die Effekte einer Lagerveränderung untersucht. Ähnlich wie bei Preisveränderungen ergibt sich, dass die intuitiv vermuteten Effekte nur bei Annahme ganz bestimmter Hypothesen zutreffen. Die anschliessend formulierte Theorie wird angewendet auf eine quadratische Nutzenfunktion, und zwar in der Weise, dass mittels zusätzlicher Hypothesen schätzbare Nachfragefunktionen entstehen.

Anschliessend werden die Stabilität des Systems und die möglichen Entwicklungen untersucht. Auch die gewählte Schätzmethode und die auftauchenden ökonomischen Probleme (Berechnung der Standardabweichung, Autokorrelation) werden analysiert. In der Folge wird das Modell verwendet zur Schätzung eines vollständigen Systems dynamischer Nachfragefunktionen für die Schweiz, indem die in der Nationalen Buchführung angeführten Konsumschätzungen benutzt werden. Auch eine Prognose für 1980 wird durchgeführt. Die verschiedenen Graphiken zeigen die Entwicklung des (mengenmässigen) Konsums pro Kopf in vierzehn verschiedenen Gütergruppen.

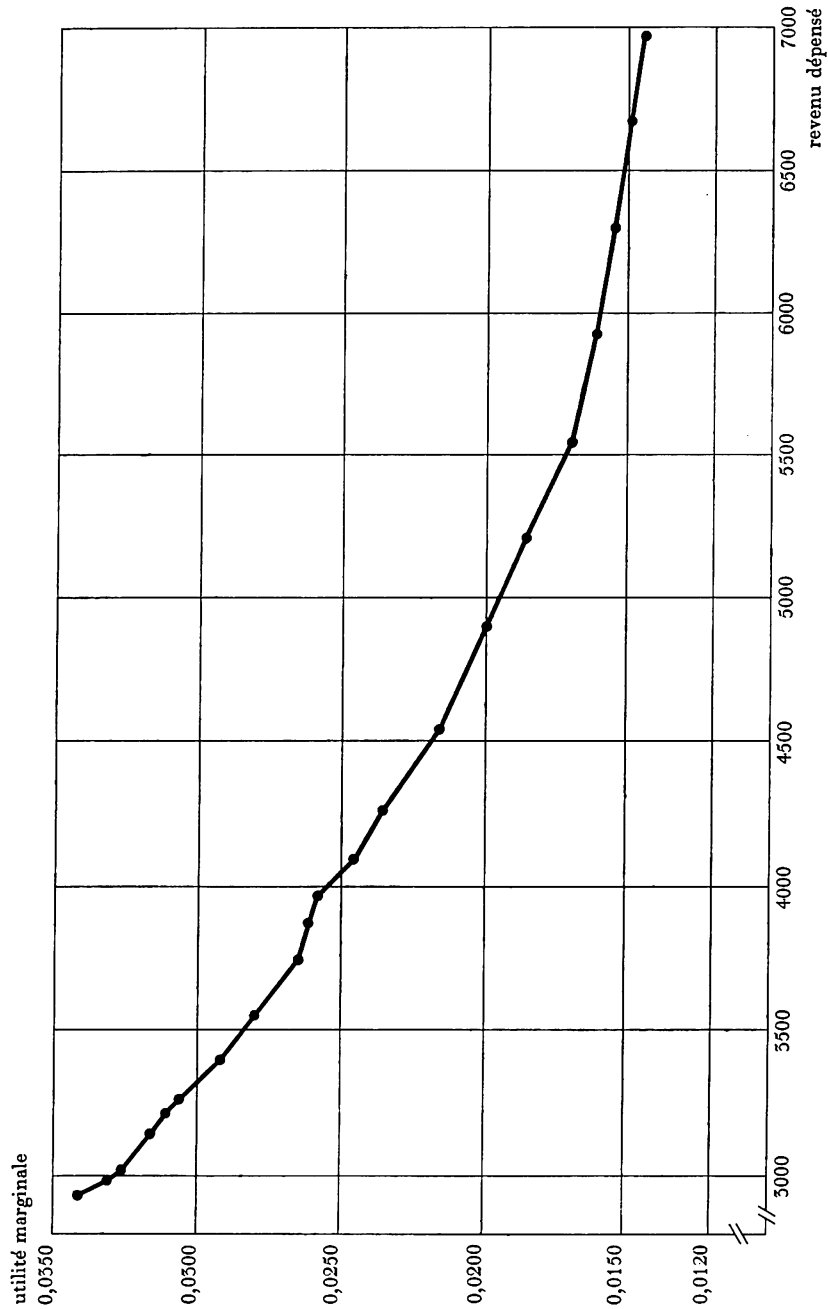
Summary

A Complete System of Dynamic Demand Functions Estimate and Forecast for Switzerland

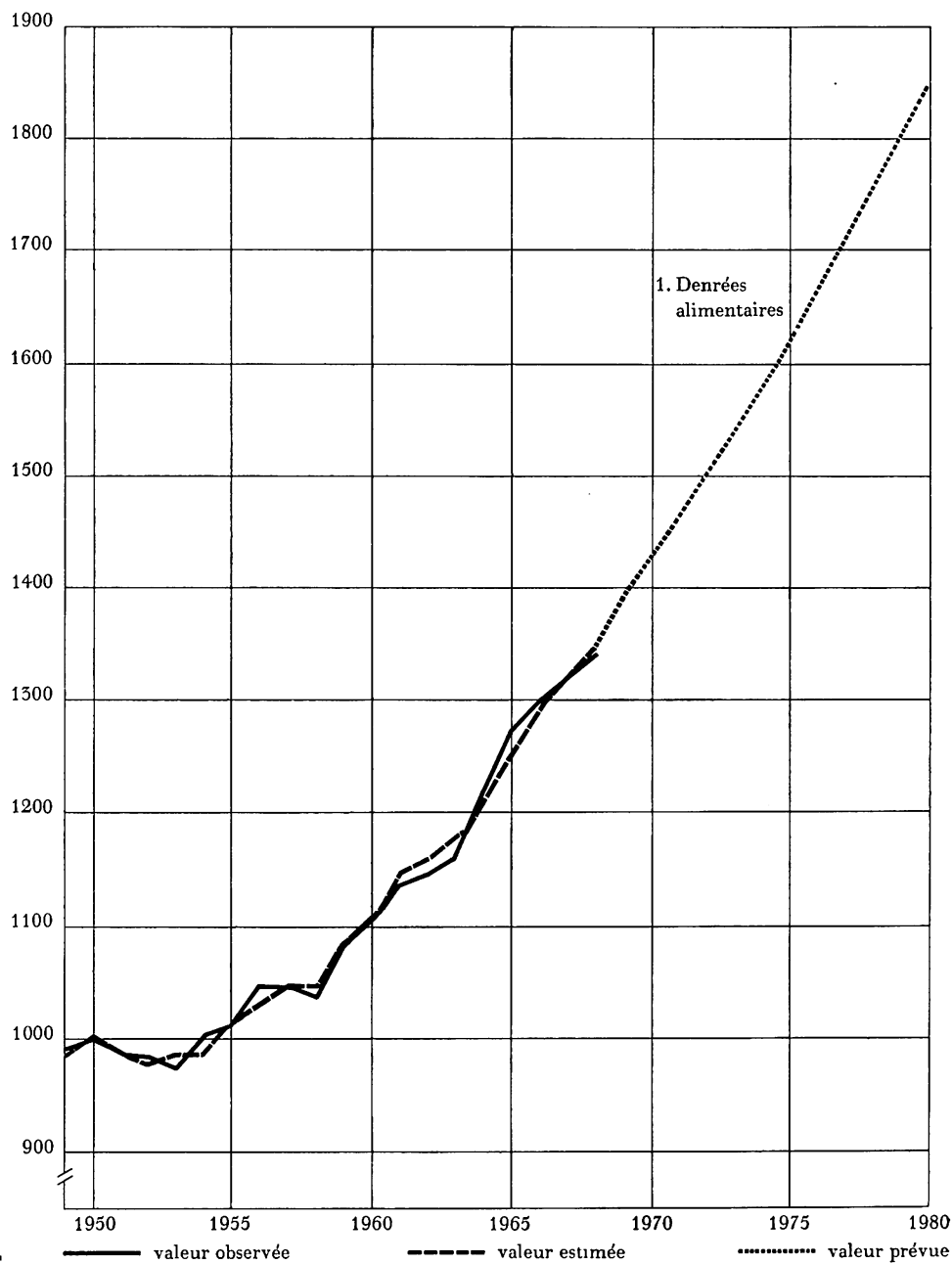
This article proposes to formulate a dynamic theory of the consumer by introducing the stocks into the utility function. The demand function and the conditions of Slutsky are studied and generalized. Especially the effects of a variation of stocks are examined. Similar to a variation of price the result obtained by intuition is only valid under certain assumptions. The theory thus formulated is then applied to a quadratic utility function. By introducing further assumptions there are obtained demand functions which serve as a base for estimates.

The stability of the system and the possible evolutions are then studied. The chosen method of estimation and the related econometrical problems (calculus of standard deviations, autocorrelation) are analysed, too. The model is then used for an estimate of a complete system of dynamic demand functions for Switzerland, based on consumer estimates provided by the national accounting. A forecast for 1980 is finally ventured. The different graphs show the development of the consumption per head (in kind) for the 14 groups of goods.

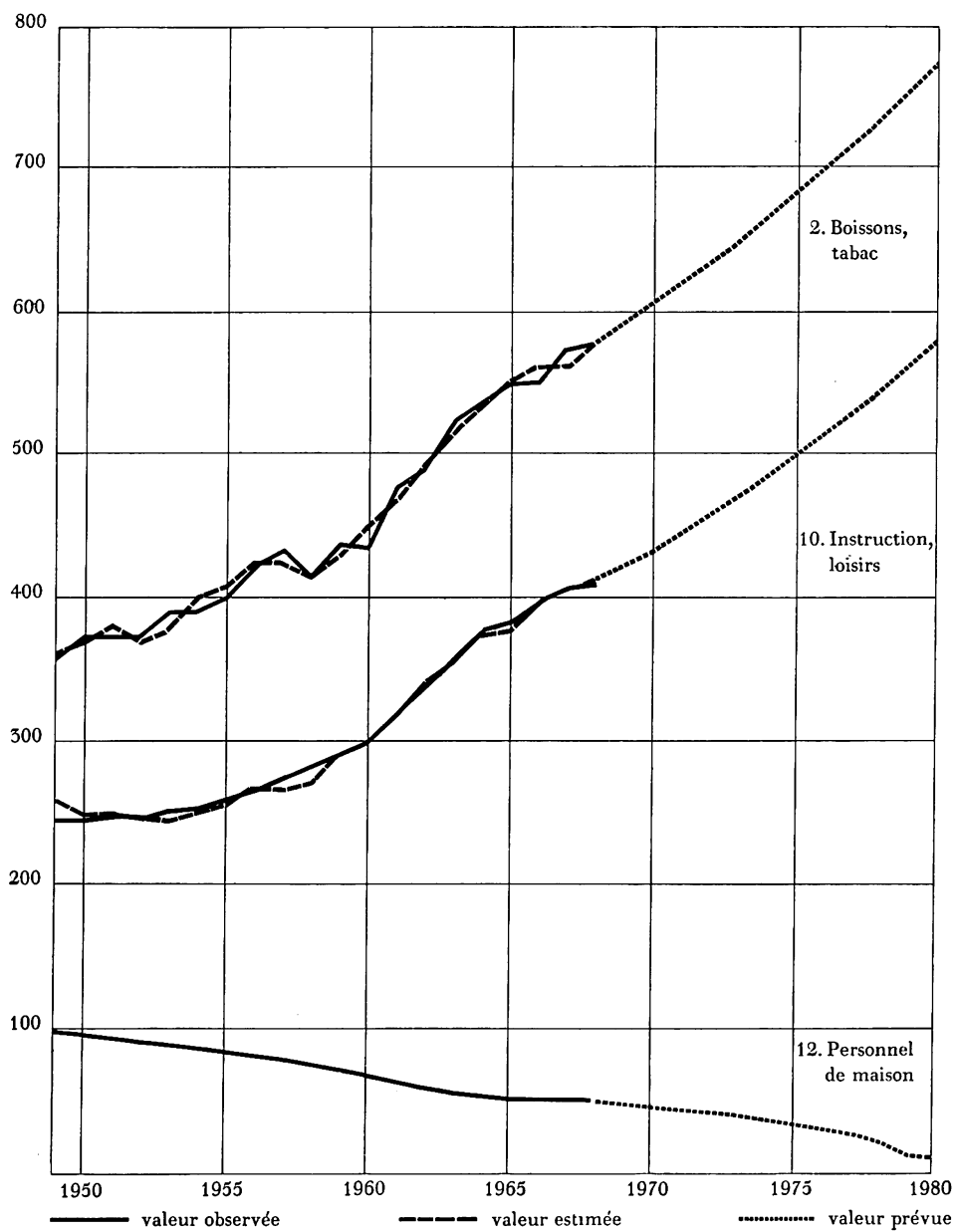
Graphique I: Utilité marginale du revenu



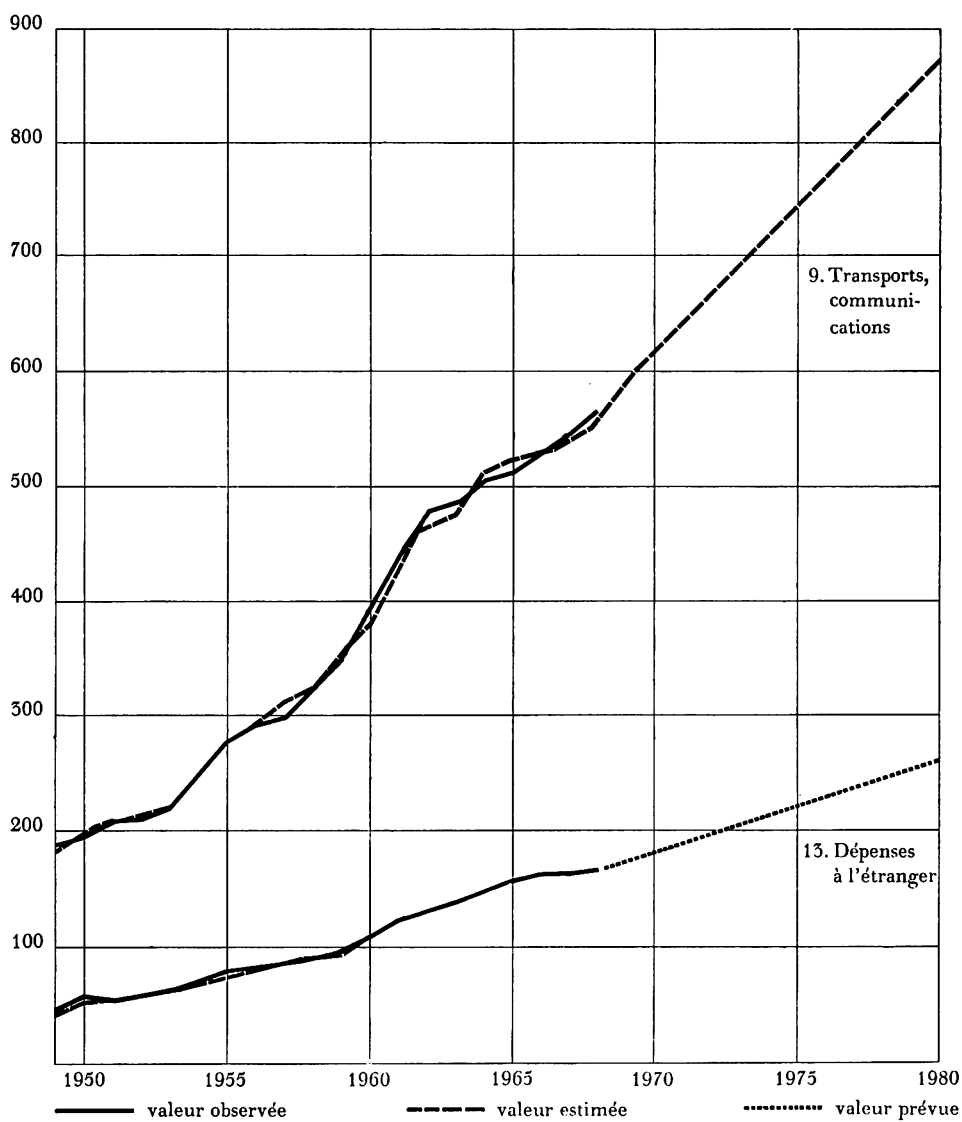
Graphique II: Quantités consommées (volume de la consommation)



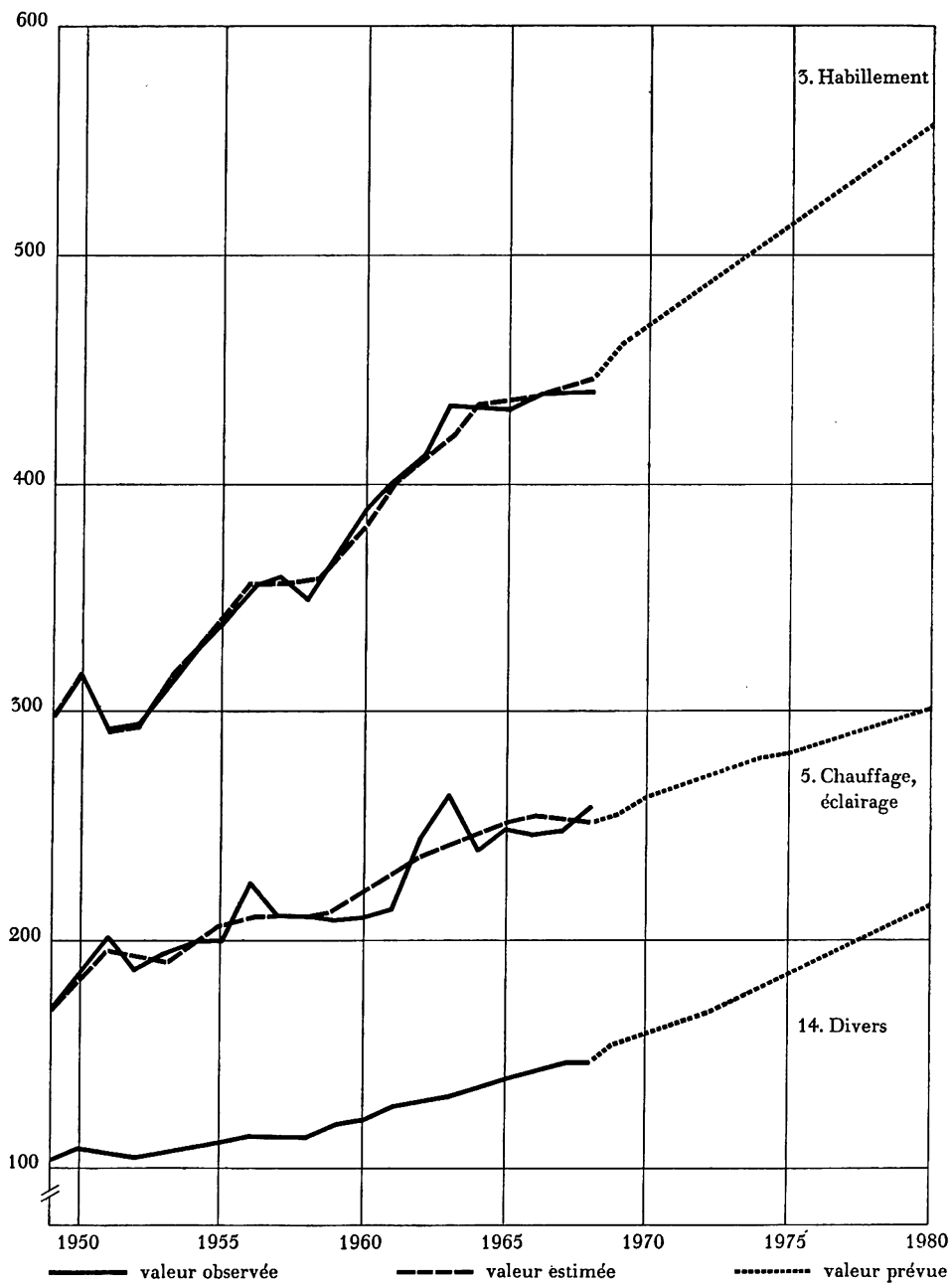
Graphique III: Quantités consommées (volume de la consommation)



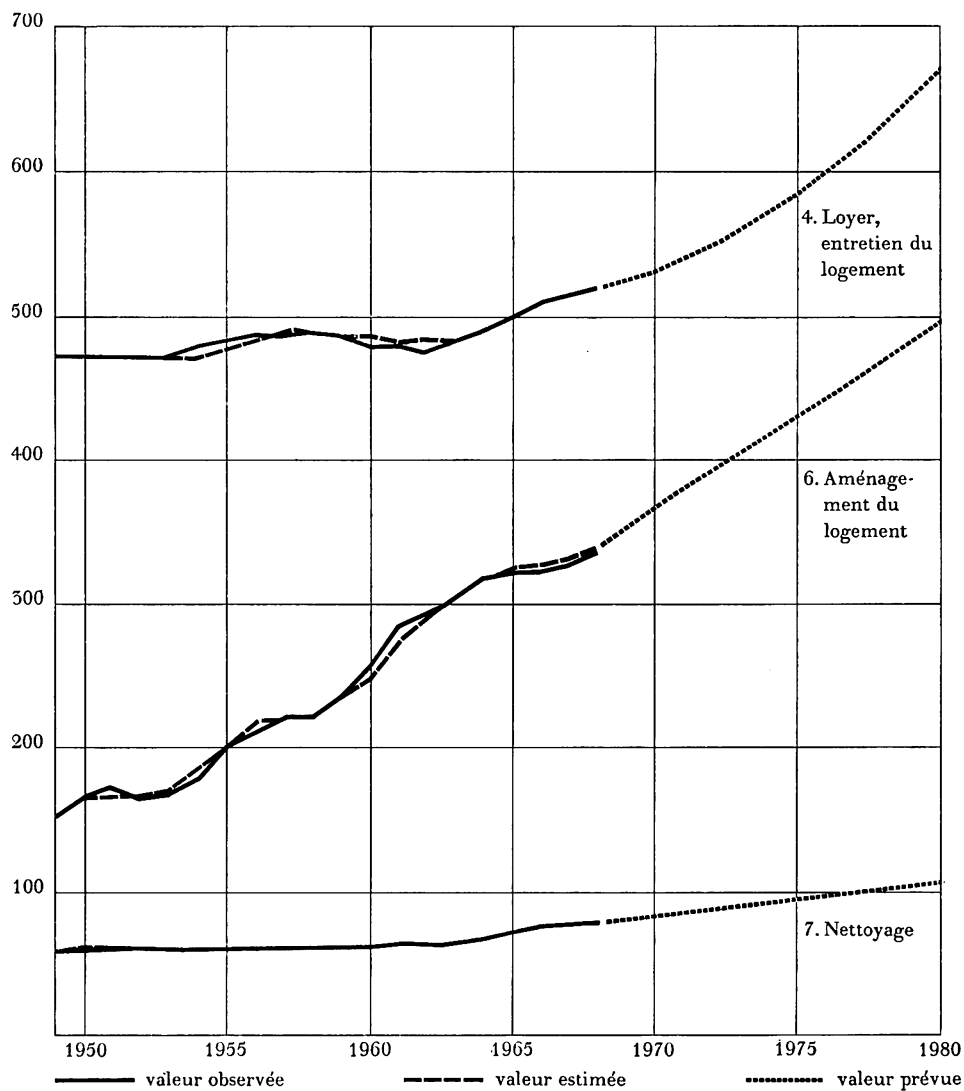
Graphique IV: Quantités consommées (volume de la consommation)



Graphique V: Quantités consommées (volume de la consommation)



Graphique VI: Quantités consommées (volume de la consommation)



Graphique VII: Quantités consommées (volume de la consommation)

