

2. Gruppensitzungen · Séances des groupes

c) *Angewandte Ökonometrie · Économétrie appliquée*

LEITUNG: L. SOLARI

Fonctions de consommation semi-agrégées pour la Suisse

Par Fabrizio Carlevaro et Edouard Rossier, Genève

Introduction

La présente étude¹ s'insère dans un ensemble de recherches méthodologiques et appliquées consacrées à l'économétrie de la consommation, poursuivies au Centre d'économétrie de l'Université de Genève sous la direction du professeur *L. Solari*. Elle aborde les problèmes posés par la formulation et l'estimation de systèmes de *fonctions de consommation semi-agrégées*, visant à l'analyse de la consommation privée en Suisse.

1. Formulation des fonctions de consommation semi-agrégées

1.1 *Le cadre de la théorie des choix*

1.1.1 Dans leur formulation déterministe les fonctions de consommation semi-agrégées du type retenu s'écrivent :

$$q = q(p, r)$$

où, pour une année générique, le vecteur² $q = \|q_i\|$ $i = 1, 2, \dots, n$ représente la ventilation, en n rubriques, de la consommation en volume par tête,

¹ Cet article résume la communication portant le même titre présentée par les auteurs à l'Assemblée annuelle de la Société suisse de Statistique et d'Economie politique (Neuchâtel, 16-17 avril 1971). Le lecteur pourra se référer à cette communication pour plus de détails. Cf. [6]. (Les chiffres entre crochets renvoient aux références).

² Les matrices sont désignées par des lettres majuscules et les vecteurs par des lettres minuscules. Ceux-ci sont toujours écrits en colonne, les vecteurs-ligne s'en déduisant par

$p = ||p_i||_{i=1, 2, \dots, n}$ désigne le vecteur des prix implicites nominaux, par rubrique de consommation, et r la consommation totale en valeur, par tête. Par la suite, on désignera souvent, en abrégé, les rubriques de consommation par *biens* et les variables q , p et r par *quantités*, *prix* et *dépense totale*, respectivement.

On a admis, pour ces fonctions, les hypothèses de la *théorie des choix*³. D'après celles-ci les lois de demande $q = q(p, r)$ résultent du comportement optimisant d'un consommateur « moyen » dont le système de préférences peut être représenté par une classe parétienne d'indicateurs d'utilité.

Tout indicateur de cette classe est une fonction $v = F(u)$, où F est une transformation croissante, appelée *transformation parétienne* et $u = u(q)$ un indicateur d'utilité représentatif de cette classe, défini sur un ensemble Q de *complexes de biens* q , appelé *champ de choix*. L'indicateur $u(q)$ est une fonction continue, possédant des dérivées premières (utilités marginales) positives, quasi-concave au sens strict. La signe positif des utilités marginales résulte de l'*hypothèse de non-saturation*. La quasi-concavité stricte de l'indicateur d'utilité assure l'existence d'une solution unique au « problème d'optimum » du consommateur envisagé, qui, pour un vecteur de prix p et une dépense totale r donnés, détermine le complexe de biens q , en maximisant un des indicateurs $v(q)$, avec la contrainte d'additivité: $p'q = r$.

Pourvu que $q(p, r) \in Q$, les fonctions de consommation sont ainsi solution du système d'équations:

$$\begin{cases} \frac{\partial u}{\partial q} = \lambda p. \\ p'q = r, \end{cases} \quad (1)$$

où λ est un multiplicateur de Lagrange.

Ces fonctions satisfont les propriétés bien connues d'additivité, d'homogénéité de degré zéro par rapport aux prix et à la dépense totale, ainsi que les relations de Slutsky.

Grâce à la propriété d'homogénéité on peut, dès lors, écrire les lois de demande comme fonction du vecteur de prix relatifs $\pi = r^{-1}p$.

transposition. Le signe ' est le symbole de transposition d'un vecteur ou d'une matrice. i désigne le vecteur unité et o le vecteur nul. Pour une matrice à m lignes et n colonnes on adopte la notation abrégée:

$$A = ||a_{ij}||_{i=1, 2, \dots, m, j=1, 2, \dots, n},$$

d'après laquelle a_{ij} désigne l'élément dans la i -ème ligne et la j -ème colonne.

On désignera par $\check{a}$ une matrice diagonale dont les éléments non nuls sont, dans l'ordre, ceux du vecteur a .

1.1.2 A la classe parétienne d'indicateur d'utilité $v(q)$ on peut associer une classe parétienne d'indicateurs d'utilité indirecte notés $\bar{v} = F(\bar{u})$, avec $\bar{u} = u(q(\pi)) = \bar{u}(\pi)$.

L'indicateur d'utilité indirecte $\bar{u}(\pi)$, appelé aussi indicateur dual de $u(q)$, mesure le niveau de satisfaction maximum compatible avec les prix p et la dépense totale r .

Les hypothèses de non-saturation et de quasi-concavité stricte de l'indicateur d'utilité directe $u(q)$ se traduisent ici par la condition $\partial \bar{u} / \partial \pi < 0$ et par la quasi-convexité stricte de l'indicateur d'utilité indirecte.

Dès lors, connaissant l'indicateur d'utilité indirecte $\bar{u}(\pi)$ et grâce au théorème de *R. Roy*⁴, les fonctions de consommation associées à $\bar{u}(\pi)$ sont définies directement par la relation suivante :

$$q = \left[\left(\frac{\partial \bar{u}}{\partial \pi} \right)' \pi \right]^{-1} \frac{\partial \bar{u}}{\partial \pi} = - \left(\frac{\partial \bar{u}}{\partial r} \right)^{-1} \frac{\partial \bar{u}}{\partial p}. \quad (2)$$

1.1.3 Afin d'analyser le contenu économique d'un système de fonctions de consommation on introduit les concepts suivants.

i) Le vecteur des *coefficients budgétaires*: $\omega = r^{-1} \check{p} q$.

On a évidemment $\omega \geq 0$ et $\iota' \omega = 1$.

ii) Le vecteur des *coefficients budgétaires marginaux*: $\omega^* = \check{p} \frac{\partial q}{\partial r}$, où $\frac{\partial q}{\partial r}$ est

le vecteur des *propensions marginales à consommer*. Ici encore on a $\iota' \omega^* = 1$. En revanche, la condition $\omega^* \geq 0$ ne sera vérifiée qu'en absence de biens inférieurs.

iii) Le vecteur des *élasticités-dépense totale*: $\varepsilon = \check{q}^{-1} \frac{\partial q}{\partial r} r$;

la matrice des *élasticités-prix apparentes*: $H = \check{q}^{-1} \frac{\partial q}{\partial p'} \check{p}$;

la matrice des *élasticités-prix pures*: $H^* = H + \varepsilon \omega'$.

Les éléments diagonaux de H , η_{ii} , $i = 1, 2, \dots, n$, sont les élasticités-prix directes et les autres éléments, η_{ij} , $i \neq j$, les élasticités-prix croisées. Pour la matrice H^* , on définit, de façon analogue, les élasticités directes de prix pures, η_{ii}^* , $i = 1, 2, \dots, n$, et les élasticités-croisées de prix pures, η_{ij}^* , $i \neq j$, que l'on déduit des élasticités-prix apparentes par élimination de l'effet-revenu.

⁴ Cf. [14].

1.2 Un système de fonctions de consommation qui généralise le «système linéaire de dépenses»

1.2.1 Les fonctions de consommation envisagées se déduisent de l'indicateur d'utilité directe⁵:

$$u = \sum_{i=1}^n b_i^* \frac{(q_i - c_i)^{a^*} - 1}{a^*} \quad (3)$$

avec $a^* < 1$ et $b^* = \|b_i^*\|_{i=1, 2, \dots, n} > 0$, le vecteur de paramètres c étant à composantes c_i quelconques.

Le domaine admissible pour les paramètres a^* et b^* résulte de l'hypothèse de non-saturation et de concavité stricte de l'indicateur $u(q)$ ⁶.

La résolution des conditions (1), écrites pour l'indicateur d'utilité envisagé, conduit au système de fonctions de consommation:

$$q = c + p^{-1}(r - p'c)\omega^*, \quad (4)$$

où ω^* est le vecteur des coefficients budgétaires marginaux, d'élément générique

$$\omega_i^* = \frac{b_i p_i^{-a}}{\sum_j b_j p_j^{-a}}, \quad i = 1, 2, \dots, n^7,$$

avec

$$a = \frac{a^*}{1 - a^*} > -1 \quad \text{et} \quad b_i = b_i^* \frac{1}{1 - a^*} = b_i^{*a+1} > 0.$$

Pour le champ de choix

$$Q = \{q | q \geq \text{Max}[c; 0]\}^8,$$

les fonctions de consommation (4) sont définies uniquement pour

$$r \geq p'c + \text{Max}_{c_i < 0} \left[\frac{p_i |c_i|}{\omega_i^*} \right]. \quad (5)$$

⁵ Cet indicateur d'utilité a été utilisé, notamment, par *M. Brown* et *D.M. Heien*, *A.S. Goldberger* et *T. Gamaletsos*. Cf. [2] et [8]. Voir également *L. Johansen* [10].

⁶ Cette dernière propriété assure la quasi-concavité stricte de toute transformation parétienne de $u(q)$.

⁷ Les coefficients budgétaires marginaux, ω_i^* , sont homogènes de degré zéro par rapport aux composantes du vecteur de paramètres $b = \|b_i\|_{i=1, 2, \dots, n}$. Dès lors, en vue de l'estimation de ces paramètres, il y a lieu de choisir un critère de normalisation (par exemple, $b_n = 1$ ou $\sum b_i = 1$).

⁸ Pour deux vecteurs x et y de même dimension, on définit $\text{Max}[x; y] = \|\text{Max}[x_i; y_i]\|$.

Pour ce même champ de choix et une dépense totale inférieure au seuil ci-dessus, on montre que⁹ la maximisation de l'indicateur d'utilité (3), avec la contrainte d'additivité $p'q = r$, conduit à des fonctions de consommation telles que certains parmi les biens à $c_i < 0$ ne seront pas consommés. Plus exactement, en augmentant r depuis son niveau minimum qui assure l'achat des seules quantités $c_i > 0$, on accédera successivement (ou simultanément pour certains biens) à la consommation des biens à coefficient $c_i < 0$, dans l'ordre croissant des rapports $\frac{p_i |c_i|}{\omega_i^*}$.

Dès lors, les $c_i > 0$ s'interprètent comme des *quantités obligées* et explicitent la notion de *biens de première nécessité*. En revanche, les $c_i < 0$ sont caractéristiques des *biens supérieurs* ou de luxe, hiérarchisés dans l'ordre des rapports $\frac{p_i |c_i|}{\omega_i^*}$.

Toutefois, on n'envisagera, par la suite, que des valeurs de la dépense totale qui vérifient l'inégalité (5) au sens strict. De ce fait on se limitera à la région du champ de choix Q sur laquelle les fonctions de consommation sont définies par (4), avec un vecteur c à composantes quelconques.

1.2.2 Pour $a = 0$, on obtient¹⁰

$$\omega^* = (t'b)^{-1}b \quad \text{et} \quad b = b^*.$$

Le système de fonctions de consommation (4) se particularise au *système linéaire de dépenses* (SLD) conventionnel:

$$q = c + \check{p}^{-1}(r - p'c)b, \quad t'b = 1,$$

couramment utilisé dans les études empiriques des fonctions de consommation semi-agrégées¹¹.

Ainsi, le système linéaire de dépenses se trouve être généralisé par le système de fonctions de consommation (4) qu'on désignera, dès maintenant, par *système linéaire de dépenses généralisé* (SLDG).

Dès lors, il est intéressant d'examiner le comportement des coefficients budgétaires marginaux comme fonction des prix p_i et p_j , $j \neq i$, respectivement.

⁹ On trouvera une démonstration de cette proposition dans le cas particulier de l'indicateur d'utilité (3) avec $a^* = 0$ dans [16], chapitre V, §2. Cette démonstration s'étend sans difficulté au cas où $a^* \neq 0$.

¹⁰ Pour $a^* \rightarrow 0$, l'indicateur d'utilité (3) s'écrit:

$$u = \sum_i b_i^* \log(q_i - c_i).$$

¹¹ Cf. [8], [12], [13], [15], [16], [17] et [18].

- i) On constate que pour $-1 < a < 0$, ω_i^* est une fonction croissante de p_i et une fonction décroissante de p_j .

Pour $a \rightarrow -1$, on obtient :

$$\omega^* = (t'p)^{-1}p \longleftrightarrow \frac{\partial q}{\partial r} = (t'p)^{-1}t.$$

Dans ce cas limite, les propensions marginales à consommer sont égales pour tous les biens. Toute augmentation de la dépense totale se traduira par un accroissement des quantités consommées égal pour tous les biens.

Ainsi, comparé au cas du système linéaire de dépenses où $a = 0$, des valeurs négatives du paramètre a caractérisent un ensemble de « *biens faiblement substitués* ». En particulier, les biens deviennent *indépendants* lorsque $a \rightarrow -1$.

- ii) Lorsque $a > 0$, toute augmentation du prix p_i aura pour effet de diminuer le coefficient budgétaire marginal du bien i et d'augmenter celui des autres biens.

Pour $a \rightarrow \infty$, l'indicateur d'utilité du système linéaire de dépenses généralisé est linéaire. On montre alors que :

$$\omega^* = (e'_K b^*)^{-1} e_K b^*,$$

où e_K est un vecteur à n composantes toutes nulles sauf celles d'indice $k \in K$, égales à un, où

$$K = \left\{ k \mid \frac{p_k}{b_k^*} = \text{Min}_{h=1,2,\dots,n} \left[\frac{p_h}{b_h^*} \right] \right\}.$$

En particulier, si $K = \{i\}$, c.-à-d. si

$$p_i < b_i^* \text{Min}_{h \neq i} \left[\frac{p_h}{b_h^*} \right],$$

on aura : $\omega^* = e_i$. Il s'ensuit que toute augmentation de la dépense totale r est alors affectée entièrement à l'achat du bien i . Toutefois, dans ce cas, une faible augmentation du prix p_i ou bien une faible diminution du prix p_j d'un autre bien $j \neq i$, peut conduire à changer brusquement l'affectation de toute dépense totale supplémentaire, du bien i à un autre bien.

De ce fait, des valeurs positives du paramètre a caractérisent un ensemble de « *biens fortement substituables* », comparé au cas du système linéaire de dépenses que l'on pourra, dès maintenant, considérer comme caractérisant un ensemble de « *biens normalement substituables* ». Pour $a > 0$, la substitutabilité de l'ensemble des biens est d'autant plus importante que a est grand et devient « infinie » pour $a \rightarrow \infty$.

1.2.3 Pour ce qui est du signe et de la valeur des élasticités, on a :

$$\begin{aligned} \text{i)} \quad 0 < \varepsilon_i \leq 1 &\longleftrightarrow \omega_i^* \leq \omega_i, \\ \varepsilon_i > 1 &\longleftrightarrow \omega_i^* > \omega_i; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{ii)} \quad -1 \leq \eta_{ii} < 0 &\longleftrightarrow c_i \geq \frac{a}{1+a} q_i, \\ \eta_{ii} < -1 &\longleftrightarrow c_i < \frac{a}{1+a} q_i; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{iii)} \quad i \neq j, \eta_{ij} \leq 0 &\longleftrightarrow c_j \geq \frac{a}{1+a} q_j, \\ \eta_{ij} > 0 &\longleftrightarrow c_j < \frac{a}{1+a} q_j; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{iv)} \quad -1 \leq \eta_{ii}^* < 0 &\longleftrightarrow c_i \geq \left(a - \frac{\omega_i^*}{1 - \omega_i^*} \right) \frac{q_i}{1+a}, \\ \eta_{ii}^* < -1 &\longleftrightarrow c_i < \left(a - \frac{\omega_i^*}{1 - \omega_i^*} \right) \frac{q_i}{1+a}; \end{aligned}$$

$$\text{v)} \quad \eta_{ij}^* > 0, \quad i \neq j.$$

Les élasticités-dépense totale sont positives, ce qui exclut le paradoxe de Giffen ($\eta_{ii} > 0$). Bien que la valeur de celles-ci dépende du complexe de biens envisagé, on montre¹² qu'elles se rangent par ordre décroissant d'après les valeurs croissantes des rapports $\frac{p_i |c_i|}{\omega_i^*}$.

Lorsque $-1 < a < 0$ tout bien de première nécessité est, au sens apparent, inélastique et complémentaire par rapport aux autres biens. En revanche, seuls les biens supérieurs dont la consommation est suffisamment faible ($q_i < \frac{1+a}{a} c_i$) sont élastiques et substitués.

Symétriquement, pour $a > 0$, seulement les biens de première nécessité dont la consommation $q_i < \frac{1+a}{a} c_i$ sont inélastiques et complémentaires.

Dans ce cas les biens supérieurs sont élastiques et substitués.

¹² Cf. [6].

Dans le cas particulier du système linéaire de dépenses, où $\alpha = 0$, tout bien de première nécessité ($c_i > 0$) est, au sens des élasticités-prix apparentes, inélastique ($-1 < \eta_{ii} < 0$) et complémentaire par rapport à tous les autres biens ($\eta_{ji} < 0$, $j = 1, 2, \dots, n$). De plus, tout bien supérieur est élastique par rapport à son prix ($-1 < \eta_{ii}$) et substituable à l'égard de tous les autres biens ($\eta_{ji} > 0$, $j = 1, 2, \dots, n$).

Dans le cadre de la théorie des choix les élasticités directes de prix pures sont nécessairement négatives. Pour $-1 < \alpha \leq \text{Min}_{i=1, 2, \dots, n} \{\omega_i^*/(1-\omega_i^*)\}$, l'inélasticité-prix pure est une caractéristique des biens de première nécessité. Dans ce cas, la demande de certains biens supérieurs dont la consommation est suffisamment élevée:

$$q_i > (1 + \alpha) \left(\alpha - \frac{\omega_i^*}{1 - \omega_i^*} \right)^{-1} c_i,$$

est inélastique, tandis qu'elle est élastique dans le cas contraire. La discussion des élasticités directes de prix pures lorsque $\alpha > \text{Max}_{i=1, 2, \dots, n} \{\omega_i^*/(1-\omega_i^*)\}$ peut se faire d'une façon tout à fait symétrique.

1.3 Le système de fonctions de consommation «direct addilog»

1.3.1 L'indicateur d'utilité directe qui définit le système de fonctions de consommation «direct addilog» (SDA) est additif et s'écrit¹³:

$$u = \sum_{i=1}^n b_i^* \frac{q_i^{a_i^*} - 1}{a_i^*}, \quad (6)$$

avec $b_i^* > 0$ et $a_i^* < 1$, $i = 1, 2, \dots, n$, en vertu des hypothèses de non saturation et de concavité stricte de u .

Pour cet indicateur et pour le champ de choix $Q = \{q | q > 0\}$, les conditions (1) définissent le système de fonctions de consommation «direct addilog» (SDA):

$$q_i = b_i \left(\frac{\mu}{p_i} \right)^{a_i+1}, \quad i = 1, 2, \dots, n, \quad (7a)$$

avec

$$a_i = \frac{a_i^*}{1 - a_i^*} > -1, \quad b_i = b_i^* \frac{1}{1 - a_i^*} = b_i^* a_i^{a_i+1} > 0,$$

$\mu = \lambda^{-1}$ étant une fonction de p et r définie implicitement par l'équation :

$$\sum_{j=1}^n b_j p_i^{-a_j} \mu^{a_j+1} = r. \quad (7b)$$

On vérifie aisément que pour les valeurs admissibles des paramètres b_i et a_i , l'équation (7b) possède une racine $\mu(p, r) \geq 0$ qui est unique.

1.3.2 L'analyse des élasticités permet d'explicitier le rôle joué par les paramètres a_i dans l'interprétation concrète du modèle. On a :

- i) $0 \leq \varepsilon_i < 1 \longleftrightarrow a_i \leq \bar{a}, \quad \bar{a} = \omega' a,$
 $\varepsilon_i > 1 \longleftrightarrow a_i > \bar{a};$
- ii) $-1 \leq \eta_{ii} < 0 \longleftrightarrow -1 < a_i \leq 0$
 $\eta_{ii} < -1 \longleftrightarrow a_i > 0;$
- iii) $i \neq j, \eta_{ij} \leq 0 \longleftrightarrow -1 < a_i \leq 0,$
 $\eta_{ij} > 0 \longleftrightarrow a_i > 0;$
- iv) $-1 \leq \eta_{ii}^* < 0 \longleftrightarrow a_i \leq -1 + \left[1 - \frac{\omega_i}{\sum_{j \neq i} \omega_j (a_j + 1)} \right]^{-1},$
 $\eta_{ii}^* < -1 \longleftrightarrow a_i > -1 + \left[1 - \frac{\omega_i}{\sum_{j \neq i} \omega_j (a_j + 1)} \right]^{-1};$
- v) $\eta_{ij}^* > 0, \quad i \neq j.$

On constate ainsi que les paramètres a_i jouent, dans l'interprétation du modèle SDA, le même rôle que le paramètre a , dans l'interprétation du système de fonctions de consommation SLDG. Toutefois, le « degré » de substituabilité-prix n'est plus une caractéristique de l'ensemble des biens. On caractérise ici la substituabilité d'un bien par rapport à tous les autres. En effet, pour un bien i donné, les élasticités-croisées de prix pures s'écrivent :

$$\eta_{ij}^* = \omega_j \frac{(a_i + 1)(a_j + 1)}{\bar{a} + 1}.$$

Elles sont donc des fonctions croissantes du paramètre a_i qui s'annulent pour $a_i = -1$.

Dès lors, par analogie avec le cas du modèle SLDG, on est amené à distinguer, suivant le signe des paramètres a_i , entre *biens faiblement substitués* ($-1 < a_i < 0$) et *biens fortement substitués* ($a_i > 0$), au sens de la substituabilité-prix pure.

L'analyse des élasticités-prix croisées, apparentes, confirme la distinction entre biens, que l'on vient d'introduire. En effet, au sens des substitutions et des complémentarités apparentes, tous les biens sont complémentaires par rapport aux biens à paramètre $a_i > 0$.

La classification des fonctions de consommation en termes d'élasticités directes de prix apparentes est également spécifique à chaque bien: les biens faiblement substitués sont inélastiques ($-1 \leq \eta_{ii} < 0$), et les biens fortement substitués, élastiques ($\eta_{ii} < -1$).

Une classification semblable des fonctions de consommation en termes d'élasticités directes de prix pures n'est plus spécifique à chaque bien. Elle dépend, au contraire, du complexe de biens envisagé. Toutefois, on vérifie aisément que l'inélasticité-prix pure est caractéristique des biens faiblement substitués.

Les élasticités-dépense totale sont positives. Il n'y a donc pas de biens inférieurs, et de paradoxe de Giffen. D'après leurs valeurs, les élasticités-dépense se rangent par valeurs croissantes des paramètres a_i . Ainsi, du point de vue des élasticités-dépense les fonctions de consommation du modèle SDA peuvent être hiérarchisées par ordre croissant des valeurs algébriques des paramètres a_i . Toutefois, contrairement au cas des fonctions SLDG, une distinction entre biens de première nécessité et biens supérieurs, indépendante du complexe de biens envisagé, n'est pas possible. En effet, pour un bien i donné, le caractère inélastique ou élastique de l'élasticité-dépense totale dépend de la position de a_i par rapport à la moyenne $\bar{a}$.

En conclusion, il nous semble que, par rapport au modèle SLDG, le système de fonctions de consommation SDA permette de mieux analyser l'impact des prix sur la demande des biens de consommation. En revanche, il ne permet pas de faire ressortir clairement la distinction entre biens de première nécessité et biens supérieurs, si importante dans l'étude des phénomènes de consommation.

1.4 Le système de fonctions de consommation «indirect addilog»

1.4.1 Le système de fonctions de consommation «indirect addilog» (SIA) est défini par un indicateur d'utilité indirecte additif, qui s'écrit:

$$\bar{u} = \sum_{i=1}^n b_i \frac{\pi_i^{-a_i} - 1}{a_i} = \sum_{i=1}^n b_i \frac{\left(\frac{r}{p_i}\right)^{a_i} - 1}{a_i} \quad 14. \quad (8)$$

L'hypothèse de non-saturation et de convexité stricte de $\bar{u}$ conduit aux restrictions suivantes quant aux valeurs possibles des paramètres :

$$b_i > 0 \quad \text{et} \quad a_i > -1, \quad i = 1, 2, \dots, n.$$

Grâce au système de relations (2), écrit pour l'indicateur ci-dessus, on obtient immédiatement les fonctions de consommation¹⁵ :

$$q_i = \frac{b_i \left(\frac{r}{p_i} \right)^{a_i+1}}{\sum_{j=1}^n b_j \left(\frac{r}{p_j} \right)^{a_j}}, \quad i = 1, 2, \dots, n. \quad (9)$$

Une analyse de ce modèle dans l'optique de la hiérarchie des fonctions de consommation a conduit *L. Solari*¹⁶ à suggérer une distinction, d'après le signe des paramètres a_i , entre *biens de première nécessité* ($-1 < a_i < 0$) et *biens supérieurs* ($a_i > 0$)¹⁷. Cette distinction est fondée essentiellement sur l'étude des coefficients budgétaires du modèle SIA, en fonction des prix relatifs π . En effet, le sens de la tendance de cette fonction est, pour un bien i donné, renversé suivant le signe du paramètre a_i .

1.4.2 Quant aux élasticités de ce modèle, on a :

$$\begin{aligned} \text{i)} \quad & \varepsilon_i \leq 0 \longleftrightarrow a_i \leq \bar{a} - 1, \quad \bar{a} = \omega' a, \\ & 0 < \varepsilon_i \leq 1 \longleftrightarrow \bar{a} - 1 < a_i \leq \bar{a}, \\ & \varepsilon_i > 1 \longleftrightarrow a_i > \bar{a}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{ii)} \quad & -1 \leq \eta_{ii} < -\omega_i \longleftrightarrow -1 < a_i \leq 0, \\ & \eta_{ii} < -1 \longleftrightarrow a_i > 0; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{iii)} \quad & i \neq j, \eta_{ij} \leq 0 \longleftrightarrow -1 < a_i \leq 0, \\ & \eta_{ij} > 0 \longleftrightarrow a_i > 0; \end{aligned}$$

¹⁵ Des applications empiriques du modèle SIA ont été faites, notamment par *A. Goldberger* [8], *K. Yoshikara* [18], *R. Parks* [12] et *L. Solari* [16].

¹⁶ Cf. [16], chapitre VI.

¹⁷ L'utilisation que l'on fait ici de cette terminologie n'est pas directement comparable à celle utilisée dans le cadre du modèle SLDG.

$$\text{iv)} \quad -1 \leq \eta_{ii}^* < 0 \longleftrightarrow -1 < a_i \leq \frac{\omega_i - \sum_{j \neq i} \omega_j a_j}{(1 - \omega_i)^2},$$

$$\eta_{ii}^* < -1 \longleftrightarrow a_i > \frac{\omega_i - \sum_{j \neq i} \omega_j a_j}{(1 - \omega_i)^2};$$

$$\text{v)} \quad i \neq j, \quad \eta_{ij}^* \leq 0 \longleftrightarrow a_i + a_j \leq \bar{a} - 1,$$

$$\eta_{ij}^* > 0 \longleftrightarrow a_i + a_j > \bar{a} - 1.$$

Les biens se rangent d'après les valeurs des élasticités-dépense totale, par valeurs croissantes des paramètres a_i . Le cas $\varepsilon_i < 0$ (biens inférieurs) peut se présenter. Toutefois, pour que cette situation se réalise il faut que $\bar{a} > 0$ c.-à-d. qu'il existe au moins un paramètre $a_j > 0$. De plus, même si $\varepsilon_i < 0$, l'effet Giffen est exclu.

D'après les élasticités directes de prix apparentes, les biens supérieurs sont élastiques tandis que les biens de première nécessité sont inélastiques.

Au sens apparent, tous les biens sont complémentaires par rapport à un bien de première nécessité et substituables par rapport à un bien supérieur. Par ailleurs, on remarque que

$$\eta_{ij} = \eta_{kj}, \quad i \neq j \quad \text{et} \quad k \neq j.$$

Ainsi, l'impact de la variation du prix d'un bien sur la consommation des autres biens est le même sur tous les biens.

Quant à l'effet-prix pur, ce modèle permet de faire apparaître des couples de biens complémentaires, ce qui est exclu dans le cadre des modèles SLDG et SDA. Pour chaque couple de biens, le caractère de substitut ou de complément dépend de la position de $a_i + a_j$ par rapport à $\bar{a}$.

Comparé aux deux modèles précédents, le SIA a l'avantage d'explicitier les phénomènes de complémentarité-prix pure ainsi que des situations à élasticité-dépense négative (biens inférieurs). En revanche, il introduit une restriction entre les élasticités-prix croisées qui semble toutefois s'atténuer, empiriquement, en raison du caractère négligeable de la plupart des élasticités-prix transversales.

2. Problématique de l'estimation

2.1 Spécifications économétriques

2.1. Partant d'une formulation déterministe d'un système de fonctions de consommation, la spécification économétrique envisagée conduit à introduire un vecteur aléatoire d'erreurs additives sur les fonctions de consommation en valeur ou *fonctions de dépense*. On a ainsi la spécification économétrique suivante :

$$d_t = f(x_t; \beta) + u_t, \quad t = 1, 2, \dots, T,$$

où pour l'année t , le vecteur des variables endogènes d_t représente la ventilation en n rubriques de consommation de la dépense totale r_t et u_t le vecteur aléatoire d'erreurs, pour lequel on fait les hypothèses :

$$E(u_t) = 0 \quad \text{et} \quad E(u_t u_{t'}') = \delta_{tt'} \Omega_u, \quad t, t' = 1, 2, \dots, T^{18}.$$

Pour les modèles SLD, SLDG et SIA¹⁹ les fonctions $f(x_t; \beta)$ résultent de la spécification déterministe des fonctions de consommation en volume. x_t désigne le vecteur des variables exogènes p_t et r_t et β le vecteur des paramètres indépendants du modèle.

La propriété d'additivité $t' d_t = r_t$ et $t' f(x_t; \beta) = r_t$ implique $t' u_t = 0$. Il en découle une matrice des variances et covariances Ω_u singulière, car :

$$t' \Omega_u = E(t' u_t u_t') = 0'.$$

On admettra que Ω_u est semi-définie positive et de rang $n-1$.

2.1.2 De la spécification économétrique des fonctions de dépense, on déduit celle des *fonctions de consommation en volume*²⁰ :

$$\begin{cases} q_t = \check{p}_t^{-1} f(x_t; \beta) + v_t, \\ p_t' v_t = 0, \\ E(v_t) = 0, \quad E(v_t v_{t'}') = \delta_{tt'} \check{p}_t^{-1} \Omega_u \check{p}_t^{-1}, \end{cases}$$

¹⁸ $\delta_{tt'}$ désigne le delta de Kronecker.

¹⁹ Pour le modèle SDA on a posé :

$$f(x_t; \beta) = \left\| \left[\sum_{j=1}^n b_j^* \left(\frac{d_{jt}}{p_{jt}} \right)^{a_j^*} \right]^{-1} b_i^* \left(\frac{d_{it}}{p_{it}} \right)^{a_i^*} r_t \right\|_{i=1, 2, \dots, n}.$$

Ces fonctions se déduisent de (7) après élimination du multiplicateur de Lagrange λ .

²⁰ D'autres spécifications économétriques peuvent également être envisagées notamment au niveau des coefficients budgétaires. En revanche, la spécification caractérisée par $E(v_t v_{t'}') = \delta_{tt'} \Omega_v$ n'est pas compatible avec l'additivité $p_t' v_t = 0$ qui implique $\Omega_v = 0$. Cf. [3].

avec $q_t = \check{p}_t^{-1} d_t$ et $v_t = \check{p}_t^{-1} u_t$. On en déduit également la spécification économétrique des *coefficients budgétaires*:

$$\begin{cases} \omega_t = r_t^{-1} f(x_t; \beta) + w_t, \\ t' w_t = 0, \\ E(w_t) = 0, \quad E(w_t w_{t'}') = \delta_{tt'} r_t^{-2} \Omega_u, \end{cases}$$

avec $\omega_t = r_t^{-1} d_t$ et $w_t = r_t^{-1} u_t$.

On remarque, ainsi, que les vecteurs aléatoires v_t et w_t ne satisfont plus à l'hypothèse d'homoscédasticité comme c'est le cas pour les vecteurs u_t .

2.2 Méthodes d'estimation

On a retenu pour β les estimateurs ci-après.

- i) L'estimateur $\hat{\beta}$ obtenu par application de la méthode des moindres carrés simples au système complet des n fonctions de dépense. Cet estimateur minimise, par définition, la forme quadratique suivante:

$$Q(\beta|d, x) = \sum_t [d_t - f(x_t; \beta)]' [d_t - f(x_t; \beta)].$$

On montre²¹ que, dans la classe des estimateurs à S-distance minimale, $\hat{\beta}$ est le plus efficace si la matrice des variances-covariances Ω_u est de la forme suivante:

$$\Omega_u = \frac{\sigma^2}{n} (nI - u'u'),$$

qui tend vers $\sigma^2 I$ pour n grand.

- ii) L'estimateur $\tilde{\beta}$ du maximum de vraisemblance pour le système des $n-1$ fonctions de dépense obtenu en éliminant une fonction quelconque du système complet. On montre²² que cet estimateur ne dépend pas du choix de la fonction que l'on élimine.

En éliminant la n -ème fonction, on peut écrire la spécification économétrique du système des $n-1$ premières fonctions de dépense:

$$\begin{cases} \bar{d}_t = \bar{f}(x_t; \beta) + \bar{u}_t, \\ E(\bar{u}_t) = 0, \quad E(\bar{u}_t \bar{u}_{t'}') = \delta_{tt'} A, \quad t, t' = 1, 2, \dots, T, \end{cases}$$

où A est une matrice d'ordre $n-1$, définie positive.

²¹ Cf. [16], chapitre VII, §3.

²² Cf. [16], chapitre VII, §2.

En vertu de la propriété d'additivité, la n -ème fonction de dépense et la matrice singulière Ω_u s'écrivent alors:

$$f_n(x_i; \beta) = r_i - i' \bar{f}(x_i; \beta), \quad u_{ni} = -i' \bar{u}_i$$

et

$$\Omega_u = \begin{vmatrix} A & -A i \\ -i' A & i' A i \end{vmatrix}.$$

Dès lors, dans l'hypothèse de normalité des $\bar{u}_i$, et en désignant par $L^*(\beta, A^{-1} | \bar{d}, x)$ le logarithme de la vraisemblance de l'échantillon $\bar{d} = \|\bar{d}_i\|_{i=1,2,\dots,T}$, on montre²³ que $\hat{\beta}$ maximise le logarithme de la vraisemblance concentrée:

$$L^{**}(\beta | \bar{d}, x) = \text{Max}_{A^{-1}} L^*(\beta, A^{-1} | \bar{d}, x) = k - \frac{T}{2} \log |A^*(\beta)|,$$

où k est une constante et

$$A^*(\beta) = \frac{1}{T} \sum_i [\bar{d}_i - \bar{f}(x_i; \beta)] [\bar{d}_i - \bar{f}(x_i; \beta)]'.$$

Quant à l'estimateur du maximum de vraisemblance pour A , il est défini par $\hat{A} = A^*(\hat{\beta})$.

2.3 Procédures numériques²⁴

L'aspect numérique des problèmes d'estimation envisagés se résume dans la recherche du maximum par rapport à β d'une fonction critère $F(\beta | \bar{d}, x)$ pour des valeurs données des observations $\bar{d}$ et x .

En admettant l'existence d'un maximum régulier pour F , on est amené à résoudre par rapport à β le système des conditions du premier ordre:

$$\frac{\partial F}{\partial \beta} = 0.$$

A cet effet, on a utilisé la méthode itérative du «gradient généralisé» qui consiste, en partant d'une solution approchée β^0 , à déterminer une nouvelle approximation:

$$\beta^1 = \beta^0 + \alpha^1 \Delta \beta^1,$$

avec

$$\Delta \beta^1 = G^{-1} \left[\frac{\partial F}{\partial \beta} \right]_{\beta=\beta^0},$$

²³ Cf. [16], chapitre VII, §4.

²⁴ Pour le modèle SLD, un exemple de programme qui illustre les procédures numériques ci-dessous est décrit dans [5].

où G est une matrice définie positive, et α^1 maximise $F(\beta^0 + \alpha \triangle \beta^1 | \bar{d}, x)$ par rapport à α ²⁵.

On est ainsi ramené au problème de la recherche du maximum d'une fonction d'une seule variable qui peut être résolu à l'aide d'un polynôme d'interpolation²⁶.

Quant au choix de la matrice G , on a utilisé²⁷:

i) pour la détermination de $\hat{\beta}$:

$$G = X'X, \quad \text{avec} \quad X = \frac{\partial f}{\partial \beta'};$$

ii) pour la détermination de $\tilde{\beta}$:

$$G = \bar{X}' \Phi^{-1} \bar{X} \quad \text{ou} \quad G = \frac{\partial^2 L^{**}}{\partial \beta \partial \beta'}$$

$$\text{avec} \quad \bar{X} = \frac{\partial \bar{f}}{\partial \beta'} \quad \text{et} \quad \Phi = I_T \otimes A^*(\beta^0)^{28}.$$

D'un point de vue empirique, le problème du choix de valeurs initiales satisfaisantes s'avère important. En effet, de ce problème découle principalement l'efficacité des procédures numériques d'estimation envisagées. La démarche suivie consiste, partant d'un modèle très simplifié, à envisager des modèles plus généraux, par étapes successives d'estimation²⁹.

5. Fonctions de consommation semi-agrégées pour la Suisse, 1948/1969: Résultats empiriques

3.1 Estimation et adéquation des modèles SLD, SLDG, SIA et SDA pour la Suisse

Les différents modèles envisagés ont été estimés³⁰ d'après les données de la comptabilité nationale suisse de la période 1948/1969. Pour chaque modèle,

²⁵ G étant définie positive, on aura $\alpha^1 > 0$.

²⁶ Cf. [4].

²⁷ $\otimes$ désigne le produit de Kronecker.

²⁸ Pour une justification du choix de ces matrices, voir [16], chapitre VII, § 6.

²⁹ Pour une illustration de cette procédure dans le cas de l'estimation des modèles SLD et SLDG, voir [6].

³⁰ Les calculs ont été effectués sur l'ordinateur CDC 3800 du Centre cantonal d'informatique de Genève.

les fonctions de dépense correspondent aux quatorze rubriques, ou catégories de dépense retenues par la comptabilité nationale³¹. Elles expriment la consommation privée en valeur, par tête, en fonction des prix implicites nominaux, base 1958, et de la consommation totale en valeur, par tête.

Les estimations sont consignées dans les tableaux I et II. Pour chaque estimation, on donne, par rubrique, les coefficients de détermination des fonctions de consommation en valeur R_d^2 , ainsi que les coefficients de détermination R_q^2 et R_w^2 correspondant aux fonctions de consommation en volume et aux coefficients budgétaires.

Parmi les différentes estimations des modèles SLD, SLDG et SIA que nous avons calculées, on ne présente ici que celles obtenues par la méthode du maximum de vraisemblance³², en raison de son efficacité asymptotique. Jugée au niveau des fonctions de dépense, l'adéquation des modèles envisagés s'avère bonne, dans l'ensemble. Pour toutes les rubriques, on a en général $R_d^2 > 0.9$, et $R_d^2 > R_q^2 > R_w^2$. On remarquera que, comparé aux autres modèles, le modèle SIA se caractérise par une adéquation plus régulière des différentes fonctions de consommation en valeur. Quant au modèle SDA, les estimations obtenues sont celles des moindres carrés simples pour le système des fonctions de dépenses implicites³³. Cela explique en partie la relativement moins bonne adéquation de ce modèle.

3.2 *Remarques sur le contenu économique des modèles SLD, SLDG, SIA et SDA pour la Suisse*

Au sens des concepts introduits sous 1.2 – 1.5 – 1.4, pour ces modèles, les estimations obtenues éclairent la structure des quatorze rubriques de consommation.

i) Estimation des modèles SLD et SLDG (tableau I).

Dans le cadre du modèle SLDG le « degré » de substituabilité-prix de l'ensemble des quatorze catégories de consommation dépend de la valeur du paramètre α . L'estimation $\hat{\alpha}$ obtenue est positive. Elle caractérise donc un ensemble de fonctions de consommation « fortement substituables »³⁴.

Pour $\alpha = 0$ le SLDG se particularise au modèle SLD. Dès lors, il est important de pouvoir tester statistiquement, dans le cadre du modèle SLDG, l'hypothèse nulle $\alpha = 0$.

³¹ Pour le contenu de chaque catégorie de dépenses et pour plus de détails, voir [1].

³² Des résultats plus complets d'estimation, obtenus notamment par la méthode des moindres carrés simples, figurent dans [6].

³³ Cf. page 653, note 19.

³⁴ Cf. 1.2.2.

Pour la période d'estimation, l'utilisation du test du rapport de vraisemblance λ , pour lequel $-2 \log \lambda$ est distribuée asymptotiquement selon une loi du χ^2 à un degré de liberté conduit à : $-2 \log \lambda = 1.82$. Ainsi, au seuil de signification de 5 %, l'hypothèse nulle, $\alpha = 0$, n'est pas à refuser³⁵.

La distinction entre fonctions de consommation de première nécessité et fonctions de consommation supérieures introduite sous 1.2 résulte du signe des paramètres c_i .

Dans le cadre du modèle SLD, les estimations $\tilde{c}_i$ obtenues conduisent à distinguer quatre fonctions de consommation supérieures, à savoir : « Aménagement du logement », « Transports, communications », « Personnel de maison », « Dépenses à l'étranger des résidents ». A l'exception de la catégorie « Aménagement du logement », ce résultat reste valable pour l'estimation des paramètres c_i du SLDG. Or, étant donné le contenu concret des rubriques de consommation envisagées, ces quatre catégories de dépense recouvrent surtout les biens durables et les services dont le caractère prioritaire est négligeable. En revanche, les autres catégories de dépenses portent sur la consommation des biens et services dont le caractère prioritaire est évident.

ii) Estimation du modèle SIA (tableau II).

D'après les concepts introduits sous 1.4, la distinction entre fonctions de consommation de première nécessité et fonctions de consommation supérieures résulte du signe des paramètres a_i . Bien que cette terminologie ne soit pas directement comparable à celle utilisée dans le cadre du SLDG, les estimations $\tilde{a}_i$ obtenues conduisent à mettre en évidence les mêmes fonctions de consommation supérieures que celles du SLD avec, en plus, les catégories « Instruction, loisirs » et « Assurance ». Celles-ci sont, toutefois, parmi les fonctions de consommation supérieures, à coefficient $\tilde{a}_i$ relativement faibles. Ainsi, du point de vue de la distinction entre fonctions de consommation de première nécessité et fonctions de consommation supérieures, le SIA conduit sensiblement aux mêmes résultats que le SLD et le SLDG.

iii) Estimation du modèle SDA (tableau II).

Pour ce modèle, la distinction en fonctions de consommation faiblement substituables et fonctions de consommation fortement substituables est fondée sur le signe des paramètres a_i . D'après l'estimation de ces paramètres seule la catégorie « Loyer, entretien » est du type « faiblement substituable ».

Ces quelques remarques devraient être complétées par une analyse des élasticités-dépense et des élasticités directes de prix, apparentes et pures. Cette

³⁵ Au seuil de signification de 5 %, la région critique est définie par : $-2 \log \lambda > 3.84$.

analyse a été faite dans [6]. Elle conduit à des résultats concordants pour les modèles SLD, SLDG et SIA. Ce n'est pas le cas pour le modèle SDA qui fait jouer, en particulier, un rôle exagéré aux prix implicites dans la détermination de la consommation en volume. C'est ainsi que l'on a été conduit à rejeter cette spécification appliquée aux données suisses.

En conclusion de cette analyse empirique, on remarquera que parmi les différents systèmes de fonctions de consommation semi-agrégées envisagés, les modèles SLD, SLDG et SIA donnent une représentation suffisamment fidèle des fonctions de consommation de la Suisse, pour la période 1948/1969. Une étude plus complète devrait déboucher sur la comparaison de la portée opératoire de ces différentes spécifications. Cela dépasse, toutefois, le cadre de ce travail.

Tableau I: SLD et SLDG pour la Suisse, 1948/1969¹

Rubriques	SLD: estimation du maximum de vraisemblance					SLDG: estimation du maximum de vraisemblance				
	$\tilde{b}$	$\tilde{c}$	R_d^2	R_q^2	R_w^2	$\tilde{b}$	$\tilde{c}$	R_d^2	R_q^2	R_w^2
1. Denrées alimentaires	0.157933	613.46	0.996	0.982	0.949	0.157898	710.14	0.996	0.982	0.950
2. Boissons, tabac	0.100261	119.18	0.998	0.993	0.493	0.099423	182.80	0.998	0.993	0.492
3. Habillement	0.062937	171.08	0.975	0.944	0.789	0.064426	204.88	0.970	0.936	0.763
4. Loyer, entretien	0.033756	388.92	0.991	0.483	0.710	0.030553	418.58	0.990	0.426	0.673
5. Chauffage, éclairage	0.029737	122.64	0.949	0.872	0.631	0.029290	141.93	0.947	0.867	0.607
6. Aménagement du logement	0.087691	-35.08	0.980	0.964	0.829	0.089986	12.28	0.977	0.959	0.807
7. Nettoyage	0.006286	44.78	0.954	0.825	0.902	0.006093	49.17	0.953	0.824	0.903
8. Hygiène, soins personnels	0.065540	54.34	0.999	0.994	0.815	0.066169	93.74	0.999	0.993	0.795
9. Transports, communications	0.175494	-169.88	0.997	0.995	0.984	0.177740	-67.53	0.997	0.995	0.983
10. Instruction, loisirs	0.085361	31.58	0.997	0.991	0.832	0.085652	83.24	0.997	0.990	0.821
11. Assurance	0.022702	10.12	0.993	0.976	0.610	0.022699	24.21	0.992	0.975	0.588
12. Personnel de maison	0.096477	-203.28	0.842	0.875	0.578	0.092827	-134.31	0.839	0.855	0.521
13. Dépenses à l'étranger des résidents	0.055304	-68.05	0.993	0.990	0.970	0.056602	-37.58	0.992	0.989	0.964
14. Divers	0.020520	57.42	0.998	0.990	0.930	0.020641	69.79	0.998	0.990	0.930
$\alpha = 0$					$\alpha = 0.256257$					

¹ Critères de convergence: $\varepsilon_a = 10^{-6}$, $\varepsilon_b = 10^{-6}$, $\varepsilon_c = 10^{-2}$.Normalisation: $\iota'b = 1$.On désigne par R_d^2 , R_q^2 et R_w^2 les coefficients de détermination des fonctions de consommation en valeur, en volume et des coefficients budgétaires, respectivement.

Tableau II: SIA et SDA pour la Suisse, 1948/1969

Rubriques	SIA: estimation du maximum de vraisemblance ¹					SDA: estimation des moindres carrés simples ²				
	$\hat{a}$	$\hat{b}$	R_d^2	R_q^2	R_w^2	$\hat{a}$	$\hat{b}$	R_d^2	R_q^2	R_w^2
1. Denrées alimentaires	-0.5464	21.6024	0.993	0.970	0.914	0.4686	41.0171	0.993	0.974	0.933
2. Boissons, tabac	-0.1631	0.3402	0.998	0.997	0.414	1.8697	0.6062	0.967	0.888	-7.085
3. Habillement	-0.4787	4.1070	0.984	0.964	0.855	0.3481	18.2239	0.966	0.924	0.726
4. Loyer, entretien	-1.0884	872.6501	0.996	0.728	0.847	-1.5418	1782.2200	0.832	-11.919	-6.833
5. Chauffage, éclairage	-0.5704	5.1534	0.952	0.882	0.687	0.3746	9.7578	0.944	0.860	0.675
6. Aménagement du logement	0.3182	0.0034	0.975	0.955	0.772	2.5482	0.0854	0.919	0.859	0.344
7. Nettoyage	-0.7039	4.6693	0.945	0.781	0.862	0.1758	4.6122	0.962	0.822	0.838
8. Hygiène, soins personnels	-0.0468	0.0776	0.999	0.993	0.807	4.9386	0.0005	0.829	0.480	-11.902
9. Transports, communications	0.8467	0.0001	0.997	0.995	0.982	4.3171	0.0027	0.950	0.924	0.714
10. Instruction, loisirs	0.0525	0.0387	0.997	0.989	0.808	2.4381	0.1249	0.941	0.778	-3.520
11. Assurance	0.0536	0.0105	0.993	0.978	0.655	2.7424	0.0188	0.989	0.968	0.558
12. Personnel de maison	1.1926	0.0000	0.961	0.967	0.889	0.0796	6.8262	0.985	0.992	0.971
13. Dépenses à l'étranger des résidents	1.1031	0.0000	0.984	0.977	0.927	4.3661	0.0007	0.975	0.957	0.877
14. Divers	-0.4432	1.0000	0.997	0.983	0.868	1.1494	1.0000	0.993	0.966	0.698

¹ Critères de convergence: $\varepsilon_a = 10^{-4}$, $\varepsilon_b = 10^{-4}$.

Normalisation: $b_{14} = 1$.

On désigne par R_d^2 , R_q^2 et R_w^2 les coefficients de détermination des fonctions de consommation en valeur, en volume et des coefficients budgétaires, respectivement.

² Les estimations $\hat{a}_i$ et $\hat{b}_i$ sont définies par: $\hat{a}_i = \frac{d_i^*}{1-d_i^*}$, $\hat{b}_i = \hat{h}_i^{d_i^* + 1}$.

Critères de convergence: $\varepsilon_{a^*} = 10^{-4}$, $\varepsilon_{b^*} = 10^{-4}$.

Normalisation: $b_{14}^* = b_{14} = 1$.

Références

- [1] *Antille, G.*, « Consommation privée, prix implicites nominaux, ménages; état des données disponibles », *Cahiers du Centre d'économétrie*, Genève, Université, juillet 1970.
- [2] *Brown, M. et Heien, D.M.*, « The S-Branch Utility Tree. A Generalization of the Linear Expenditure System », State University of New York at Buffalo and Bureau of Labor Statistics, U.S. Department of Labor, 1967.
- [3] *Carlevaro, F.*, « Formulation et estimation des fonctions de consommation semi-agrégées », *Revue canadienne d'économique*, à paraître.
- [4] *Carlevaro, F.*, « La procédure ADDEX pour l'estimation des paramètres d'un système de fonctions de demande additives », *Cahiers du Centre d'économétrie*, Genève, Université, en préparation.
- [5] *Carlevaro, F. et Rossier, E.*, « Le programme LINEX pour l'estimation des paramètres du système linéaire de dépenses », *Cahiers du Centre d'économétrie*, Genève, Université, juin 1970.
- [6] *Carlevaro, F. et Rossier, E.*, « Fonctions de consommation semi-agrégées pour la Suisse », *Cahiers du Centre d'économétrie*, Genève, Université, avril 1971.
- [7] *Dhrymes, P.J.*, *Econometrics, Statistical Foundations and Applications*, New York, Harper & Row, 1970.
- [8] *Goldberger, A.S. et Gamaletsos, T.*, « Utility Functions and Demand Functions », Congrès européen de la Société d'économétrie, Amsterdam, 6 septembre 1968.
- [9] *Houthakker, H.S.*, « Additive Preferences », *Econometrica*, vol.28, no 2, avril 1960, pp.244-257.
- [10] *Johansen, L.*, « On the Relationships Between Some Systems of Demand Functions », *Liiketaloudellinen Aikakauskirja*, Vol. I, 1969, pp.30-41.
- [11] *Malinvaud, E.*, *Méthodes statistiques de l'économétrie*, Paris, Dunod, 1969.
- [12] *Parks, R.W.*, « Systems of Demand Equations: An Empirical Comparison of Alternative Functional Forms », *Econometrica*, Vol.37, no.4, octobre 1969, pp.629-650.
- [13] *Pollak, R.A. et Wales, T.J.*, « Estimation of the Linear Expenditure System », *Econometrica*, Vol.37, no 4, octobre 1969, pp.611-628.
- [14] *Roy, R.*, *De l'utilité, contribution à la théorie des choix*, Paris, Hermann, 1942.
- [15] *Solari, L.*, « Fonctions de consommation semi-agrégées pour la Suisse, 1948/66 », *Revue suisse d'économie politique et de statistique*, Vol.104, no 2, 1968, pp.111-164.
- [16] *Solari, L.*, *Théorie des choix et fonctions de consommation semi-agrégées, Modèles statiques*, Genève-Paris, Librairie Droz, mars 1971.
- [17] *Stone, R.*, « Linear Expenditure Systems and Demand Analysis: An Application to the Pattern of British Demand », *The Economic Journal*, Vol.64, No. 255, septembre 1954, pp.511-527.
- [18] *Yoshihara, K.*, « Demand Functions: An Application to the Japanese Expenditure Pattern », *Econometrica*, Vol.37, No 2, avril 1969, pp.257-274.