

Portfolioabsicherung mit konstanter Indexpartizipation

MANUEL AMMANN*

HEINZ ZIMMERMANN**

1. PROBLEMSTELLUNG

Portfolioabsicherungsstrategien haben in den letzten Jahrzehnten eine grosse praktische Bedeutung erfahren, haben aber stets auch das Interesse der wissenschaftlichen Forschung gefunden. Prinzipiell versteht man unter «Portfolio Insurance» Strategien, die ein Portfolio in einem bestimmten Ausmass gegenüber Verlusten absichern – und zwar unter dem Einsatz von Optionen oder einer Strategie, welche eine Option replizieren. Diesbezügliche Charakterisierungen liefern beispielsweise RUBINSTEIN (1985), SCHWARTZ (1986) oder KRITZMAN (1990). Die Implementierung von Portfolio Insurance Strategien mittels dynamisch replizierender Strategien und deren Markteinwirkung wird unter anderem von GROSSMAN (1996), BASAK (1995) und BRENNAN und SCHWARTZ (1989) untersucht. Alternative Absicherungsstrategien sind vorgeschlagen worden von BLACK und PEROLD (1992). Statische Absicherungsstrategien mit Index-Putoptionen werden untersucht von TIAN (1996).

Unter der hier gewählten Terminologie werden also nur Absicherungsstrategien betrachtet, welche die Renditeverteilung von Portfolios in asymmetrischer Weise verändern; statische Absicherungsstrategien mit Termin- oder Futureskontrakten entfallen in der vorliegenden Betrachtung. Im weiteren beschränkt sich diese Betrachtung auf statische Absicherung mittels Optionsstrategien; auf die dynamische Implementierung solcher Strategien wird nicht eingegangen. Das Hauptgewicht dieses Artikels liegt auf Absicherungsstrategien, die sich aus einer Kombination von Festgeldanlage und Calloptionen zusammensetzen.

Eine Portfolio Insurance Strategie wird in der Regel hinsichtlich einer gewünschten Payoff-Struktur in einem späteren Zeitpunkt charakterisiert. Die Grundidee der Portfolio Insurance ist in Abbildung 1a mit einem Payoff Diagramm schematisch dargestellt. Dargestellt wird das Gewinn- und Verlustprofil eines Basiswertes (z.B. einer Aktie oder

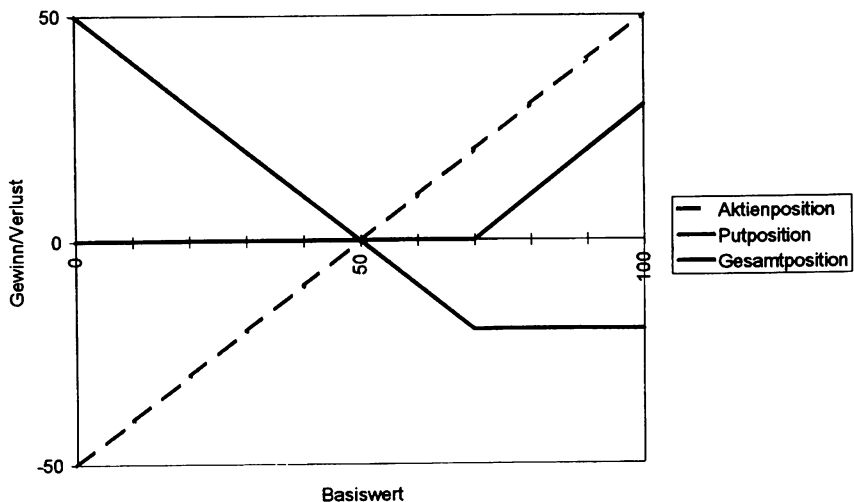
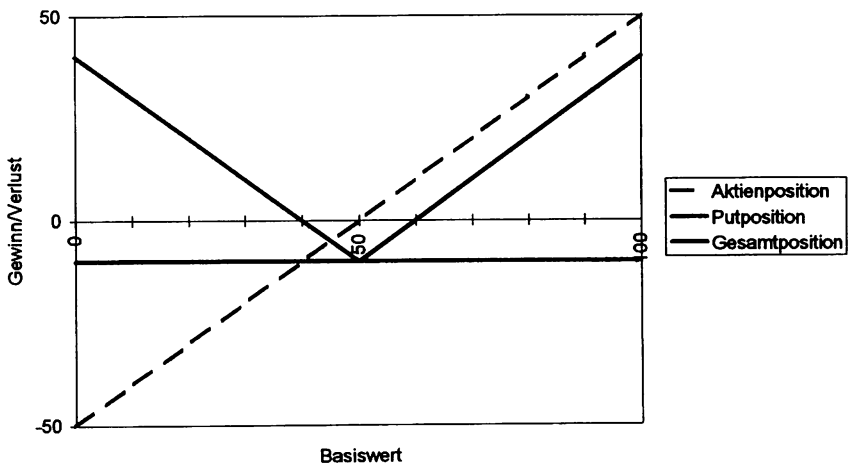
* Manuel Ammann ist gegenwärtig an der Stern School of Business der New York University. Der vorliegende Beitrag entstand während seiner wissenschaftlichen Mitarbeit am Schweizerischen Institut für Banken und Finanzen der Universität St. Gallen.

** Heinz Zimmermann ist ordentlicher Professor an der Universität St. Gallen und Direktor am Schweizerischen Institut für Banken und Finanzen der Universität St. Gallen.

Kontaktadresse: Schweizerisches Institut für Banken und Finanzen, Universität St. Gallen – HSG, Merkurstrasse 1, CH-9000 St. Gallen, Tel. + 41 71 220 3066, Fax + 41 71 223 6563, E-mail: Manuel.Ammann@unisg.ch, Heinz.Zimmermann@unisg.ch. Wir danken Manfred Steiner und einem anonymen Gutachter für äusserst hilfreiche Kommentare und Anregungen.

eines Indexes) gegenüber einem arbiträren Wert, der nicht unterschritten werden soll. Das Verlustpotential der Aktien wird durch den Erwerb von Putoptionen begrenzt, wobei der Ausübungspreis gleich dem oben gewählten Schwellenwert gesetzt wird. Der effektive Mindestwert (*Floor*) des Portfolios liegt allerdings im Umfang der Prämie, die für den Erwerb der Optionen geleistet werden muss, unterhalb dieses Wertes. Will man, dass der Floor mit diesem Wert übereinstimmt, müsste ein anderer (höherer) Ausübungspreis gewählt werden; siehe Abbildung 1b. Bei der Abbildung 1b wurde der Ausübungspreis so gewählt, dass der Floor die Erhaltung des investierten Kapitals garantiert. Im Umfang der Absicherungskosten reduziert sich die Partizipation an positiven Kursentwicklungen.

Abbildungen 1a/b: Portfolio Insurance mit Putoption



Die beiden Darstellungen charakterisieren die typische Zielsetzung einer Portfolio Insurance Strategie. Zusammengefasst kann festgestellt werden, dass sich eine Portfolio Insurance Strategie durch ein bestimmtes anvisiertes Mindestvermögen und ein bestimmtes Partizipationspotential auszeichnen.

Vermehrt wurden in den letzten Jahren Produkte und Strategien angeboten, bei denen sich der «Floor» oder die Partizipation auf eine prozentuale Kursveränderung («Rendite») bezogen haben. Beispiele sind: Eine Lebensversicherungsgesellschaft bietet eine Minimalverzinsung von 2% p.a. auf einer Einmalanlage an, und offeriert eine nicht näher spezifizierte Gewinnpartizipation an einem Index. Oder ein Fonds garantiert nach einem Jahr eine Rückzahlung des investierten Geldes sowie eine Beteiligung von 50% an einer positiven Aktienindexentwicklung.

Während ein Floor im Sinne einer prozentualen Mindestrendite (oder eines prozentualen Maximalverlusts) einfach zu handhaben ist, ist nicht auf den ersten Blick klar, wie Strategien auszusehen haben, welche eine bestimmte *relative* Gewinnpartizipation aufweisen. In der vorliegenden Arbeit werden einige Eigenschaften von Strategien mit *konstanter* Partizipation untersucht. Darunter versteht man Strategien, welche Renditen abwerfen, welche in einer konstanten Relation zu den prozentualen Veränderungen des zugrundeliegenden Aktienkurs oder Index stehen. Eine erstmalige, rudimentäre Charakterisierung dieser Strategien findet man bei ZIMMERMANN (1996a) (1996b).

Konstante Partizipation ist deshalb eine attraktive Investitionseigenschaft von Absicherungsstrategien, weil sich das Gewinnpotential auf einfache Weise beschreiben lässt. In der Form von strukturierten Produkten¹ angebotene Absicherungsstrategien sind – mit einer solchen Gewinnpartizipation ausgestattet – vom Produktverständnis her für ein breites Publikum zugänglich. Dies hat in den letzten Jahren in verschiedenen Fällen dazu geführt, dass strukturierte Produkte mit einer Renditepartizipation im hier beschriebenen oder ähnlichem Sinn ausgestattet wurden.

Beispiele sind die Instrumente, welche von Schweizer Banken seit einigen Jahren unter den Bezeichnungen Guaranteed Notes, Equity-Linked Notes, PIP (protected index participation), PEP (protected equity participation), IGLU, VCU, etc. emittiert und ausserbörslich gehandelt werden². In Deutschland sind ähnliche Produkte unter dem Begriff Garantiefonds bekannt. Ein Beispiel sind die *ALSA Systems* auf den DAX und den Nikkei-Index, bei denen dem Investor eine vollständige Kapitalrückgabegarantie versprochen ($f = 1$) wird bei gleichzeitiger Partizipation am entsprechenden Index im Umfang von $x\%$. Auch im angelsächsischen Raum haben sich Produkte dieser Art verbreitet. Auf eine eingehendere Charakterisierung dieser Produkte wird an dieser Stelle verzichtet.

Im vorliegenden Artikel werden die analytischen Grundlagen dieser Familie von Strategien dargestellt (Abschnitte 2 und 3); ein praktisch sehr relevanter Spezialfall, nämlich

1. Unter einem strukturierten Produkt versteht man das Paket aus einem traditionellen Kassainstrument ergänzt mit Optionen oder optionsähnlichen Kontraktelementen.
2. Eine Beschreibung und Charakterisierung dieser Instrumente liefern CAVALERI/PLANTA (1992), BEER (1994), WASSERFALLEN/SCHENK (1996).

vollständige Kapitalerhaltung, wird in Abschnitt 4 behandelt. Eine Sensitivitätsanalyse der Partizipationsraten hinsichtlich verschiedener Inputparameter folgt in Abschnitt 5. Eine Untersuchung der Eigenschaften überrollender CRP-Strategien erfolgt im 6. Abschnitt. Mit einer Zusammenfassung der wichtigsten Ergebnisse schliesst die Arbeit.

Den Optionspreis-Berechnungen in diesem Beitrag wurde das Standardmodell von BLACK und SCHOLES (1973) zugrundegelegt. Die nachfolgenden Ausführungen zu Absicherungsstrategien und Partizipation sind aber allgemeingültig und setzen keineswegs eine Optionsbewertung nach Black-Scholes voraus. Beispielsweise könnten ebenso Modelle verwendet werden, welche die Stochastik der Zinsstruktur oder der Volatilität modellieren.

Grundsätzlich können Absicherungsstrategien auch mit amerikanischen Optionen implementiert werden. Die Möglichkeit der frühzeitigen Ausübung amerikanischer Optionen führt allerdings zu Absicherungen, die nicht mehr rein statisch durchgeführt werden können, und erhöht entsprechend die Komplexität der Analyse solcher Strategien. Aus diesem Grund wird angenommen, die in dieser Arbeit verwendeten Optionen seien ausschliesslich europäischer Art.

2. ABSICHERUNGSEFFEKTE MIT PUTS UND CALLS

Das traditionelle Portfolio Insurance Problem weist die folgende Struktur auf: Es werden n Aktien oder Indexeinheiten gekauft, welche durch n Putoptionen (eine Option berechtigt zum Verkauf einer Aktie) geschützt werden. Es steht bei Periodenbeginn ein Vermögen von W zur Verfügung. Zur Vereinfachung der Darstellung wird W nachfolgend auf den Wert 1 standardisiert. Diese Standardisierung hat keine Auswirkungen auf die Allgemeinheit der Ausführungen. Die Aufteilung des Anfangsvermögens beträgt so

$$W = 1 = n \times (S_t + P[S_t, X]). \quad (1)$$

$P[S_t, X]$ bezeichnet Preis der Putoption, wobei S_t der Preis des Basiswertes³ zum Zeitpunkt t und X der Ausübungspreis ist. Es soll ein Mindestvermögen von $fW = f$ erreicht werden. f bezeichnet den *Floor* in Prozenten des Ausgangsvermögens. Die Rendite der abgesicherten Position kann deshalb den Wert

$$\frac{fW}{W} - 1 = f - 1 = \frac{nX}{n \times (S_t + P[S_t, X])} - 1 = \frac{X}{S_t + P[S_t, X]} - 1 \quad (2)$$

3. Grundsätzlich kann S eine beliebige Anlage sein. Die Allgemeinheit wird einzig durch die Annahmen des unterstellten Optionspreismodells (Black-Scholes) für Optionen auf S eingeschränkt. Aktie und Indexeinheit werden in diesem Zusammenhang als austauschbare Begriffe verwendet.

nicht unterschreiten, denn das Endvermögen ist bestimmt durch $S_T - \max(X - S_T, 0) = \max(S_T, X)$. Falls $S_T < X$, gilt $\max(S_T, X) = X$. S_T bezeichnet den Preis des Basiswertes zum Verfallzeitpunkt T der Option. Der Verfall der Option bildet gleichzeitig das Ende des Versicherungshorizontes.

Gleichungen (1) und (2) implizieren, dass für jede gehaltene Aktie eine Option gehalten wird. Würden bei n Aktien mehr oder weniger als n Putoptionen gehalten, wäre der Floor f nicht konstant, sondern von S abhängig. Auf diese Problematik wird am Ende dieses Abschnittes noch genauer eingegangen.

Um einen exogen vorgegebenen Floor f zu erreichen, ist aufgrund von Gleichung (2) ein Ausübungspreis X^* erforderlich, der durch die Gleichung

$$X^* = f \times (S_t + P[S_t, X^*]) \quad (3)$$

bestimmt werden muss. Die Lösung für den gesuchten Ausübungspreis X^* kann i.d.R. – je nach Optionspreismodell – nur numerisch gefunden werden. Aus Gleichung (1) folgt, dass die Anzahl Aktien, die gekauft werden kann, durch

$$n = \frac{1}{S_t + P[S_t, X^*]} \quad (4)$$

gegeben ist. Bei einer ungesicherten Strategie wären es $n = 1 / S_t$ Aktien. Strategien gemäss Gleichungen (3) und (4) garantieren den Floor f . Zusätzlich implizieren sie eine bestimmte Partizipation an Indexsteigerungen. Die Partizipation ist dabei definiert als

$$\phi \equiv \frac{\text{Rendite Absicherungsstrategie}}{\text{Rendite Index}} \equiv \frac{R_I}{R_S} \quad (5)$$

Sie ist nicht definiert, wenn sich der Index nicht verändert ($R_S = 0$). Der Quotient zeigt, im welchem Umfang man mit der Absicherungsstrategie an den zugrundeliegenden Indexveränderungen teilhat. In dieser Arbeit sind die Renditen R_I und R_S nicht zinseszinslich definiert, d.h. die Partizipationsrate misst die Beteiligung der Absicherungsstrategie an der relativen Preisänderung im Basiswert.

Zahlenbeispiele findet man in Tabelle 1. Betrachtet wird der Fall einer Putoption mit einer einjährigen Laufzeit. Der Aktienkurs wird auf 1 normiert. Der einfache, risikolose Zinssatz beträgt 4%, und es wird eine implizite Volatilität von 16% unterstellt. Die Verwendung des Preisbildungsmodells von BLACK und SCHOLES (1973) zur Berechnung der Optionspreise impliziert, dass die hier vorgestellten Resultate den Annahmen dieses Preisbildungsmodells unterliegen.

Tabelle 1: Portfolio Insurance mit Putoptionen: Partizipationsraten

Floor (f)	Strike (x)	Partizipationsraten bei unterschiedlicher Rendite des unterliegenden Indexes								Aktien- anteil (n)
		5%	10%	15%	20%	25%	30%	35%	40%	
0.8	0.802	0.935	0.966	0.976	0.981	0.985	0.987	0.988	0.989	0.997
0.85	0.857	0.835	0.913	0.940	0.953	0.961	0.966	0.970	0.972	0.992
0.9	0.917	0.622	0.802	0.862	0.892	0.910	0.922	0.931	0.937	0.982
0.91	0.930	0.558	0.768	0.838	0.874	0.895	0.909	0.919	0.926	0.979
0.92	0.943	0.483	0.729	0.811	0.852	0.877	0.893	0.905	0.914	0.975
0.93	0.957	0.398	0.684	0.780	0.828	0.857	0.876	0.889	0.900	0.971
0.94	0.973	0.298	0.632	0.744	0.799	0.833	0.855	0.871	0.883	0.967
0.95	0.988	0.182	0.572	0.701	0.766	0.805	0.831	0.850	0.864	0.961
0.96	1.006	0.046	0.500	0.652	0.727	0.773	0.803	0.825	0.841	0.955
0.97	1.024		0.416	0.593	0.682	0.735	0.770	0.795	0.814	0.947
0.98	1.045		0.315	0.523	0.627	0.689	0.730	0.760	0.782	0.938
0.99	1.068		0.193	0.437	0.560	0.633	0.682	0.717	0.743	0.927
1	1.096		0.039	0.331	0.476	0.563	0.622	0.663	0.694	0.913
1.01	1.129			0.192	0.368	0.473	0.543	0.593	0.631	0.895
1.02	1.173				0.216	0.347	0.434	0.496	0.543	0.869
1.03	1.243					0.142	0.257	0.338	0.400	0.828

Bemerkung: Die Berechnungen gelten für folgende Parameter: einfacher Zinssatz 4%, Absicherungszeit 1 Jahr, implizite Volatilität 16%

Tabelle 1 zeigt für unterschiedliche Absicherungsniveaus (Floors) den dazugehörigen Ausübungspreis (mit *Strike* bezeichnet), eine Reihe sogenannter Partizipationsraten, auf die in Abschnitt 3 eingegangen wird, und in der letzten Spalte das verbleibende, prozentuale Aktienkursengagement (*n*). Ein Beispiel: Zur Erreichung eines Floors von 95% des Anfangsvermögens müssen Putoptionen mit einem Ausübungspreis von 98.8% (bezogen auf den heutigen Aktienkurs von 100%) erworben werden. Damit kann vom ursprünglichen Vermögen ein Anteil von 96.1% in Aktien investiert werden – mit dem Rest werden die Puts erworben. Angenommen, der Index liegt in einem Jahr, bei Verfall, auf 80% des ursprünglichen Niveaus, dann hat das Schlussvermögen einen Wert von

$$\begin{aligned}
 \text{Vermögen} &= [\text{Aktien}] + [\text{Puts}] \\
 &= [0.961 \times 80\%] + [0.961 \times (98.8\% - 80\%)] \\
 &= 95\%
 \end{aligned}$$

Liegt der Aktienkurs bei Verfall auf 120%, so wird die Option nicht ausgeübt, und das Schlussvermögen besteht aus den 0.961 Aktien, welche einen Wert von 115.3% aufweisen. Man partizipiert also nur in beschränktem Umfang an der positiven Indexentwicklung.

Aufgrund der Put-Call-Parität ist bekannt, dass dieselbe Payoff-Struktur auch mit Calloptionen erreicht werden kann: Eine Aktienanlage, deren Verlustrisiko durch eine Putoption abgesichert wird, ist äquivalent zu einer Festgeldanlage im Umfang des Barwerts des erforderlichen Ausübungspreises, ergänzt um eine Calloption mit demselben Ausübungspreis:

$$S_t + P(S_t, X) = Xe^{-r(T-t)} + C(S_t, X) \quad (6)$$

r bezeichnet den stetigen Zinssatz, $T-t$ die Restlaufzeit der Optionen.

Übertragen auf unsere Problemstellung bedeutet dies, dass der gewünschte Floor durch eine Investition im Umfang des Barwerts von f in eine Festgeldanlage erreicht werden kann und mit dem verbleibenden Vermögen Calloptionen erworben werden können. Aufgrund von Gleichungen (3) und (4) erhält man deshalb

$$\begin{aligned} W_0 &= 1 = n \cdot (S_t + P[S_t, X^*]) = n \cdot (X^* \cdot e^{-r(T-t)} + C[S_t, X^*]) \\ &= n \cdot \frac{f}{n} e^{-r(T-t)} + n \cdot C[S_t, X^*] \\ &= f \cdot e^{-r(T-t)} + n \cdot C[S_t, X^*]. \end{aligned} \quad (7)$$

Aus Gleichung (7) lässt sich die Anzahl der Optionen berechnen, welche mit dem Vermögen, das nach der Investition in die Festgeldanlage verbleibt, erworben werden können, nämlich

$$n = \frac{1 - f \cdot e^{-r(T-t)}}{C[S_t, X^*]} \quad (8)$$

Bei einem Versicherungshorizont von 1 Jahr für einen Floor von 95% werden 91.35% in eine 4%-Festgeldanlage (jährlich verzinst) investiert. Der stetige Zinssatz r aus Gleichung (8) ist entsprechend $r = \ln(1.04) = 3.92\%$. Gegeben die Parameterwerte in Tabelle 1, kostet eine Calloption mit Ausübungspreis 98.8% 9.0% des Preises des Basiswertes. Folglich können 0.96 Calls erworben werden. Bei einem Indexniveau von 80% bei Verfall wird die Option nicht ausgeübt, und man besitzt durch das Festgeld ein Vermögen von 95%. Steigt der Index auf 120%, so beträgt das Schlussvermögen

$$\begin{aligned}
 \text{Vermögen} &= [\text{Festgeld}] + [\text{Call}] \\
 &= [91.35\% \times 1.04] + [0.96 \times (120\% - 98.8\%)] \\
 &= 115.3\%
 \end{aligned}$$

was mit dem oben berechneten Wert (Schlussvermögen aus 0.961 Aktien) übereinstimmt – was letztlich lediglich die Put-Call-Parität bestätigt. Eine terminologische Anmerkung zum Schluss: Es mag sich die Frage stellen, ob eine «Festgeld plus Call»-Strategie auch als Portfolio Insurance zu bezeichnen ist. Wir meinen ja, da das grundlegende Merkmal einer Absicherungsstrategie, der Floor bei gleichzeitigem Partizipationspotential, genauso erfüllt ist wie bei einer protektiven Put-Strategie (Aktie plus Put).

Die vorangehenden Betrachtungen dieses Abschnitts sind eine Rekapitulation der grundlegenden Portfolio Insurance Analytik. Im folgenden werden die Gewinnpartizipationsmöglichkeiten unter den beiden Vorgehensweisen (Aktie plus Put, Festgeld plus Call) näher betrachtet. Auch wenn beide Alternativen auf den ersten Blick dieselben Möglichkeiten eröffnen, so sind die Möglichkeiten, welche die Call-Strategien bieten, viel breiter.

Der Grund liegt darin, dass es zur Erreichung *eines bestimmten* floors (beispielsweise 95%) bei der Putoption genau *einen einzigen* Ausübungspreis gibt, der den Absicherungseffekt ermöglicht. Demgegenüber kann bei den Calloptionen ein *beliebiger* Ausübungspreis gewählt werden. Bei Absicherung mit Putoption muss genau eine Putoption gehalten werden pro Aktie. Werden mehr oder weniger Optionen gehalten, ist die Absicherung nicht perfekt, d.h. der Floor im Payoff Diagramm ist nicht horizontal, sondern nach links abfallend (weniger als eine Option pro Aktie) oder ansteigend (mehr als eine Option pro Aktie). Weil bei Absicherungen mit Calloptionen der Absicherungseffekt nicht durch die Optionen zustande kommt, sondern durch die Festgeldanlage, besteht ein Freiheitsgrad mehr. Der Ausübungspreis oder aber die Anzahl⁴ der Calloptionen kann deshalb beliebig gewählt werden, ohne dass der Floor davon beeinflusst wird. Dass im vorangehenden Zahlenbeispiel genau derselbe Ausübungspreis wie bei der Putoption gewählt wurde, ist völlig arbiträr und sollte nur zeigen, dass die beiden Strategien tatsächlich zum gleichen Ergebnis führen.

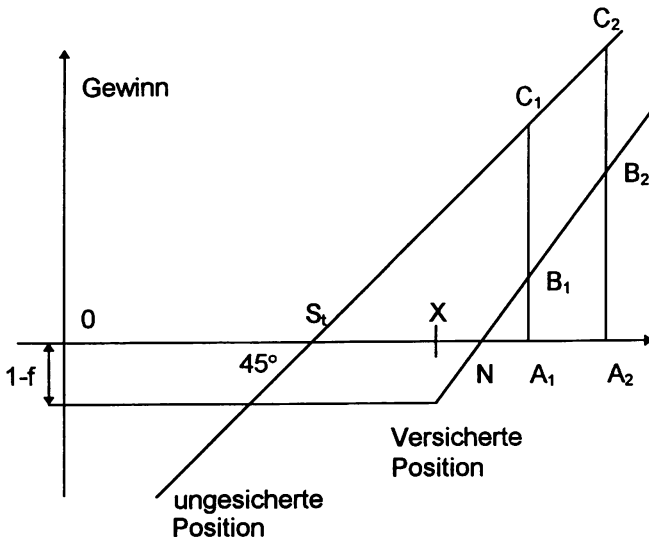
3. PARTIZIPATIONSEIGENSCHAFTEN VERSCHIEDENER ABSICHERUNGS-STRATEGIEN

Die Partizipationsrate (nachfolgend auch als Partizipation, Gewinn-, Index- oder Renditepartizipation bezeichnet) ist gemäss Gleichung (5) definiert als Verhältnis der Rendite der gesicherten Strategie zur Rendite der ungesicherten Position.

4. Da ein fixer Geldbetrag zur Verfügung steht bei vorgegebenem Floor, kann nur entweder der Ausübungspreis oder die Anzahl der gehaltenen Optionen vorgegeben werden, denn die Variablen sind voneinander abhängig.

Abbildung 2 veranschaulicht die Gewinnpartizipation graphisch. Es wird dabei eine Absicherungsstrategie mittels Calloptionen betrachtet. Die Partizipation ist der Quotient der Strecke $\overline{A_i B_i}$ und $\overline{S_i A_i}$ oder $\overline{A_i C_i}$. Aufgrund des 45-Grad Winkels $\angle C_i S_i A_i$ sind die Strecken $\overline{S_i A_i}$ und $\overline{A_i C_i}$ gleich lang. X bezeichnet den Ausübungspreis, S_t den aktuellen Indexstand, f den Floor und N die Gewinnschwelle der Strategie. Die Punkte A_1 und A_2 bezeichnen Preisszenarien mit den entsprechenden Positionsgewinnen C_1 resp. C_2 bei einer ungesicherten Position und B_1 resp. B_2 bei einer versicherten Position. Es ist zu beachten, dass die durch die Punkte $B_1 B_2$ und $C_1 C_2$ bestimmten Geraden in der Regel nicht parallel verlaufen. Die Steigung der durch $B_1 B_2$ bestimmten Gerade hängt vom Ausübungspreis, vom Optionspreis (und folglich von dessen wertbestimmenden Parametern), dem Zinssatz und dem Absicherungszeitraum ab, während die Steigung der durch $C_1 C_2$ bestimmten Gerade bei gleichskalierten Achsen immer 1 beträgt.

Abbildung 2: Partizipation



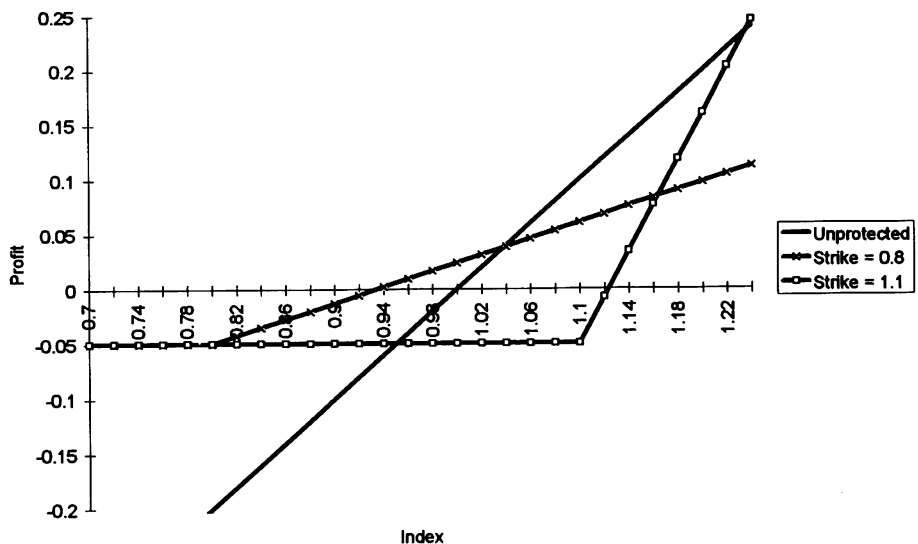
Die Wahl des Ausübungspreises Call-basierter Absicherung steht im Vordergrund der nachfolgenden Überlegungen. In Tabelle 2 findet man die Vermögensschlusswerte resp. Renditen zweier Strategien mit den Ausübungspreisen $X = 0.8$ und $X = 1.1$ (resp. 80% und 110% von S_t) bei verschiedenen Indexveränderungen. Es wird erneut ein Floor von 95% gewählt. Bei der ersten Strategie beginnt die Partizipation schon bei geringfügigen Indexerhöhungen. Bei der zweiten Strategie beginnt die Partizipation später, fällt aber umso stärker aus. Abbildung 3 illustriert die zwei unterschiedlichen Strategien im Payoff Diagramm.

Tabelle 2: Portfolio Insurance mit Calloptionen

Strike	Endwert einer Vermögenseinheit bei unterschiedlichen Indexveränderungen					
	+5%	+10%	+20%	+30%	+40%	+50%
80%	1.0426	1.0657	1.0981	1.1314	1.1721	1.2092
110%	0.95	0.95	1.1624	1.3749	1.5873	1.7997

Bemerkung: Die Berechnungen unterstellen einen einfachen Zinssatz von 4% und eine implizite Volatilität von 16%. Der Absicherungszeitraum ist 1 Jahr.

Abbildung 3: Portfolio Insurance mit Calloptionen



Welche der beiden Strategien ein Investor vorzieht, pflegt man seiner Risikoaversion zuzuschreiben⁵. Doch ist die Festlegung der Risikopräferenzen bei schiefen Vermögensverteilungen problematisch. An dieser Stelle soll auch nicht versucht werden, aufgrund nutzentheoretischer Überlegungen zu bestimmen, welcher Ausübungspreis für einen bestimmten Investor optimal ist, sondern es soll die Frage analysiert werden, wie die Wahl des Ausübungspreises die Renditepartizipation beeinflusst. Beim Betrachten der Partizipationsstruktur der beiden Strategien fällt ein wichtiger Unterschied auf. Beim Aus-

5. Für eine nutzentheoretische Analyse von Portfolio Insurance, siehe LELAND (1980).

übungspreis $X = 0.8$ liegt eine *abnehmende* Renditepartizipation vor, beim Ausübungspreis $X = 1.1$ eine *zunehmende* Renditepartizipation (vgl. Tabelle 3 oder Abbildung 4).

Mit der Wahl des Ausübungspreises entscheidet sich der Investor also für ein bestimmtes Muster in seiner Renditepartizipation. Von besonderem Interesse dürfte die Frage sein, ob es einen Ausübungspreis mit *konstanter* Renditepartizipation gibt. Tabelle 3 resp. Abbildung 4 zeigen, dass die Partizipationsrate bei einem bestimmten Ausübungspreis tatsächlich konstant ist. Für die vorliegende Parameterkonstellation liegt dieser bei (rund) 92.4%. Diese Strategie wirft Renditen ab, welche proportional sind zu jener des zugrundeliegenden Indexes – bei gleichzeitiger Sicherstellung des Floors.

Natürlich handelt es sich nicht um eine reine Gewinnpartizipation – im begrenzten Ausmass muss man auch an den Verlusten teilhaben: Sinkt beispielsweise der Index um 3%, so ergibt sich ein Endvermögen der abgesicherten Strategie von

$$\begin{aligned} \text{Vermögen} &= [\text{Festgeld}] + [\text{Call}] \\ &= [91.35\% \times 1.04] + [0.657 \times (97\% - 92.4\%)] \\ &= 98.03\% \end{aligned}$$

Bei einem unveränderten Index muss auch die Rendite auf der Absicherungsstrategie Null sein. Dass dies tatsächlich der Fall ist, zeigt die folgende Rechnung:

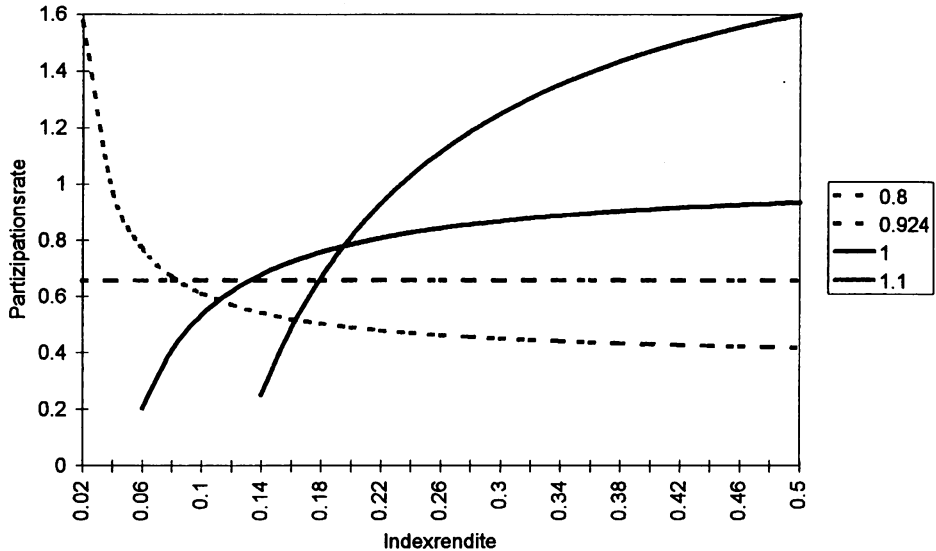
$$\begin{aligned} \text{Vermögen} &= [\text{Festgeld}] + [\text{Call}] \\ &= [91.35\% \times 1.04] + [0.657 \times (100\% - 92.4\%)] \\ &= 100.00\% \end{aligned}$$

Tabelle 3: Portfolio Insurance mit Calloption: Partizipationsraten

Strike	Rendite									
	5%	10%	15%	20%	25%	30%	35%	40%	45%	50%
0.8	0.851	0.611	0.531	0.490	0.466	0.450	0.439	0.430	0.424	0.418
0.924	0.657	0.657	0.657	0.657	0.657	0.657	0.657	0.657	0.657	0.657
1	0.035	0.535	0.701	0.785	0.835	0.868	0.892	0.910	0.924	0.935
1.1			0.375	0.812	1.075	1.250	1.375	1.468	1.541	1.599

Bemerkung: Die Zahlen gelten für einen Floor von 95%, einen Zeithorizont von 1 Jahr, einen einfachen Zinssatz von 4% und eine implizite Volatilität von 16%.

Abbildung 4:
Portfolio Insurance mit Calloptionen: Partizipationsraten bei verschiedenen Ausübungspreisen



4. KONSTANTE RENDITEPARTIZIPATION

Wie lassen sich die Ausübungspreise charakterisieren, die eine konstante Gewinnpartizipation sicherstellen? Dazu muss zunächst die einfache Rendite auf der abgesicherten Position, R_I , charakterisiert werden. Jede der erworbenen Calloptionen wirft einen Ertrag von $S_T - X = S_t \cdot (1 + R_S) - X$ ab. Damit weist die Gesamtposition unter der Bedingung $S_T > X$ bei Verfall der Optionen einen Wert von

$$f + n \cdot (S_T - X) = f + \frac{1 - f \cdot e^{-r(T-t)}}{C[S_t, X]} [S_t \cdot (1 + R_S) - X] \quad (9)$$

auf, wobei R_S die einfache Rendite auf S_t darstellt. n ist bestimmt durch Gleichung (8). Die Gewinnpartizipationsrate wird definiert als Quotient zwischen der Rendite der versicherten Position und der Rendite der unversicherten Position. Sie beträgt entsprechend

$$\wp = \frac{f + \frac{1 - f \cdot e^{-r(T-t)}}{C[S_t, X]} [S_t \cdot (1 + R_S) - X] - 1}{R_S} \quad R_S \neq 0 \quad (10)$$

Wir sind am Fall interessiert, wo sich $\wp$ gegenüber Veränderungen von R_S nicht verändert. Dies ist der Fall, wenn

$$\frac{\partial \varphi}{\partial R_S} = \frac{[1-f] - \frac{1-f \cdot e^{-r(T-t)}}{C[S_t, X]} [S_t - X]}{(R_S)^2} = 0 \quad (11)$$

gilt, was erfüllt ist, wenn der Zähler Null ist. Daraus kann direkt die Bedingung für den gesuchten Ausübungspreis X^*

$$\frac{X^*}{S_t} = 1 - \frac{C[S_t, X^*]}{S_t} \cdot \frac{1-f}{1-f \cdot e^{-r(T-t)}} \quad (12)$$

hergeleitet werden. Diese Gleichung setzt den gewünschten Floor f der Strategie in direkte Relation zum Ausübungspreis der Calloption, X^* , der eine konstante Partizipation ergibt.

Auch konstante Partizipation lässt sich in der Abbildung 2 zeigen. In dem abgebildeten Beispiel ist der Ausübungspreis so festgesetzt, dass die Gewinnschwelle N grösser ist als der aktuelle Indexstand S_t . In diesem Fall ist leicht ersichtlich, dass der Quotient $\overline{A_i B_i} / \overline{S_i A_i}$ kleiner ist als $\overline{A_2 B_2} / \overline{S_i A_2}$. Die Partizipationsrate steigt also mit zunehmender Rendite auf dem Index. In einer ähnlichen Darstellung, bei der der Ausübungspreis so gewählt wird, dass $N < S_t$, ist die Partizipationsrate abnehmend.

Eine konstante Partizipationsrate ist dann gegeben, wenn $N = S_t$. Dieser Sachverhalt ist ersichtlich aus der Tatsache, dass das Verhältnis der Strecken $\overline{A_i B_i} / \overline{N A_i}$ konstant ist für unterschiedliche Renditen. Dies lässt sich aber auch leicht analytisch zeigen. Angenommen, es gelte $f < 1$, dann lässt sich die Gewinnschwelle ausdrücken als

$$N = X^* + (1-f) \cdot \frac{1}{n}, \quad \text{mit} \quad n = \frac{1-f \cdot e^{-r(T-t)}}{C[S_t, X^*]} \quad (13)$$

n bezeichnet die Anzahl der gehaltenen Optionen. Entsprechend ist $(1-f)/n$ der Maximalverlust, umgerechnet auf eine Option. Da der Maximalverlust $1-f$ bei X^* eintritt, muss der Indexstand den Ausübungspreis um den Maximalverlust pro gehaltene Option übertreffen, damit die Gewinnschwelle erreicht wird. Eine Vereinfachung der Gleichung (13) ergibt

$$X^* = N - C[S_t, X^*] \cdot \frac{1-f}{1-f \cdot e^{-r(T-t)}} \quad (14)$$

$N = S_t$ ergibt Gleichung (12), und somit ist die Bedingung für konstante Partizipation erfüllt.

Der Ausübungspreis, der eine konstante Indexpartizipation erlaubt, muss numerisch ermittelt werden. Bei einem Floor von 95%, einem einfachen, risikolosen Zinssatz von 4% und einer impliziten Volatilität von 16% berechnet man mit dem Black-Scholes Modell einen Ausübungspreis von 92.4%. Tabelle 4 zeigt weitere Ausübungspreise für vorgegebene Floorniveaus. In der Tabelle ebenfalls angegeben sind die entsprechenden Partizipationsraten. Die Partizipationsraten sind konstant, d.h. von den auf dem Basiswert erzielten Renditen unabhängig. Es fällt auf, dass der Ausübungspreis unter dem Floor liegt für Floors niedriger als 1, aber über dem Floor für Floors höher als 1.

**Tabelle 4: Portfolio Insurance mit Calloptionen:
Ausübungspreise und Partizipationsraten bei konstanter Partizipation**

Floor	Strike	Rendite				
		10%	20%	30%	40%	50%
0.80	0.788	0.943	0.943	0.943	0.943	0.943
0.85	0.830	0.882	0.882	0.882	0.882	0.882
0.90	0.873	0.790	0.790	0.790	0.790	0.790
0.95	0.924	0.657	0.657	0.657	0.657	0.657
1.00	1.000	0.460	0.460	0.460	0.460	0.460
1.02	1.058	0.344	0.344	0.344	0.344	0.344

Bemerkung: Die Zahlen gelten für einen Zeithorizont von 1 Jahr, einen einfachen Zinssatz von 4% und eine implizite Volatilität von 16%.

Interessant ist die Feststellung, dass Portfolioabsicherungsstrategien, welche mit Putoptionen implementiert werden (protective put-Strategien), immer eine ansteigende Partizipationsrate aufweisen. Dies erkennt man aus folgender Überlegung: Es wurde im vorangehenden Abschnitt diskutiert, dass der Ausübungspreis einer Putoption, welche zur Sicherstellung des floors f erworben wird, die Bedingung

$$X^* = f \cdot (S_t + P[S_t, X^*]) \quad (15)$$

erfüllen muss (Gleichung 3). Aufgrund der Nicht-Negativität der Optionpreise muss jede beliebige Lösung von Gleichung (15) die Bedingung

$$X^* > f \cdot S_t \quad (16)$$

erfüllen, d.h. der Ausübungspreis liegt über dem gewünschten Floor. Gilt $S_T > X^*$ bei Verfall, dann ist die einfache Rendite auf der abgesicherten Position

$$R_I = \frac{S_T}{S_I + P[S_I, X]} - 1 = \frac{S_T}{X^*} - 1 = \frac{f \cdot S_I (1 + R_s)}{X^*} - 1 \quad (17)$$

Die zweite Umformung folgt aus Gleichung (15). Die Partizipationsrate ist demzufolge

$$\varphi = \frac{\frac{f \cdot S_I (1 + R_s)}{X^*} - 1}{R_s} \quad R_s \neq 0 \quad (18)$$

Es kann nun einfach gezeigt werden, dass dieser Quotient mit steigender Indexrendite zunimmt. Es gilt

$$\frac{\partial \varphi}{\partial R_s} = \frac{X^* - f \cdot S_I}{X^* (R_s)^2} > 0 \quad (19)$$

weil aufgrund von Gleichung (16) die Beziehung $X^* > fS_I$ gilt. Konstante Partizipation würde $X^* = fS_I$ voraussetzen, was aber unmöglich ist – ausser im Grenzfall, wo die Putoption kostenlos wäre – also bei einem unendlich hohen Aktienkurs. Es folgt deshalb: Bei einer protektiven Putoptionsstrategie ist die Partizipationsrate immer ansteigend.

Diese Tatsache lässt sich auch aus der Abbildung 2 herleiten. Dabei ist zu beachten, dass der Winkel A_iNB_i bei vollständiger Absicherung mit Putoptionen immer 45 Grad beträgt, während er bei Absicherung mit Calloptionen beliebig sein kann. Aus Gleichung (13) mit $n=1$ und Bedingung (16) folgt, dass die Gewinnschwelle grösser als der aktuelle Aktienkurs ist ($N > S_i$). Wie weiter oben dargelegt wurde, ist dies gleichbedeutend mit ansteigender Partizipationsrate. Entsprechend sind die Partizipationsraten, die in Tabelle 1 für unterschiedliche Putstrategien dargestellt sind, alle ansteigend.

4. KAPITALERHALTUNG

Aufgrund von Gleichung (12) kann der Ausübungspreis der Calloption für einen beliebigen Floor f bestimmt werden. Von besonderer Bedeutung in der Praxis ist der Spezialfall, wo der Floor auf der Höhe des Anfangsvermögens angesetzt wird, also $f = 1$. Diese Strategie wird in der vorliegenden Arbeit als «vollständige Kapitalerhaltung» bezeichnet.

net. Der gesuchte Ausübungspreis lässt sich in diesem Fall aufgrund von Gleichung (12) sehr einfach ermitteln, nämlich als

$$\frac{X^*}{S_t} = 1 - \frac{C[S_t, X^*]}{S_t} \cdot 0 \Rightarrow X^* = S \quad (12')$$

d.h. der Ausübungspreis muss gleich dem gegenwärtigen Aktienkurs gesetzt werden. Die Partizipationsrate aus Ausdruck (10) reduziert sich in diesem Fall zu

$$\vartheta = \frac{S_t}{C[S_t, X]} \cdot (1 - f \cdot e^{-r(T-t)}) \quad (10')$$

Einige Zahlenbeispiele für diesen praktisch relevanten Spezialfall findet man in Tabelle 5. Man erkennt, dass die implizite Volatilität der Optionen und der Zinssatz die beiden bestimmenden Variablen der Partizipationsrate darstellen.

Tabelle 5: Portfolio Insurance mit Calls:
Partizipationsraten bei vollständiger Kapitalerhaltung und konstanter Partizipation

Zinssatz	Implizite Volatilität						
	14%	15%	16%	17%	18%	19%	20%
1.00%	0.163	0.153	0.144	0.137	0.130	0.123	0.117
2.00%	0.299	0.282	0.267	0.254	0.241	0.230	0.220
3.00%	0.412	0.390	0.371	0.354	0.338	0.323	0.310
4.00%	0.505	0.482	0.460	0.440	0.422	0.405	0.389
5.00%	0.584	0.559	0.536	0.514	0.494	0.476	0.458

Bemerkung: Die Zinssätze sind einfach, die Absicherungszeit ist 1 Jahr.

5. SENSITIVITÄTSANALYSE

Die Höhe der Partizipationsrate bestimmt, mit welchem Anteil der Anleger an Indexsteigerungen profitiert. Falls keine Dividendenzahlungen anfallen, liegt die Partizipationsrate zwischen null und eins. Eine Partizipation von 1 bedeutet volle Partizipation an Steigerungen des Portfoliowertes. Eine solche Partizipation wird erzielt, wenn das Portfolio nicht abgesichert wird. Eine Partizipation von null wird erreicht, wenn das Portfo-

lio vollständig abgesichert ist. In diesem Fall entspricht das Portfolio einer reinen Festgeldanlage. Diese erlaubt aus Arbitrageüberlegungen keine Partizipation an der Indexentwicklung.

Wie aus Gleichung (10) ersichtlich ist, hängt die Höhe der Partizipationsrate von einer Reihe von Faktoren ab. In diesem Abschnitt untersuchen wir den Einfluss der einzelnen Faktoren auf die Partizipationsrate. Die Optionsbewertung basiert wie in den vorhergehenden Abschnitten auf dem Black-Scholes-Modell.

Die Höhe der Partizipationsrate ist neben dem Kapitalschutz durch der Floor das wichtigste Merkmal von strukturierten Produkten mit Absicherung. Entsprechend hängt die Attraktivität solcher Produkte stark von den die Partizipationsrate beeinflussenden Faktoren ab. Beispielsweise erscheinen Absicherungsstrategien mit festem Floor in Tiefzinsphasen vordergründig oft unattraktiv, da die realisierbare Partizipationsrate durch tiefe Zinsen reduziert wird.

Floor

Tabelle 6 illustriert den Einfluss der Höhe des absoluten Floors auf die Gewinnpartizipationsrate. Je geringer der Floor, desto kleiner ist der für das Festgeld benötigte Teil des Anfangskapitals, und entsprechend können mehr Calloptionen gekauft werden. Mehr Calloptionen bedeutet eine höhere Partizipation an Indexsteigerungen. Bei sehr tiefen Floors nähert sich die Partizipation dem Wert 1 an. Der Grund ist der geringe Absicherungseffekt eines tiefen Floors. Je geringer der Absicherungseffekt, desto näher liegt die Partizipationsrate beim Wert für ungesicherte Portfolios. Die obere Grenze für mögliche Floors ist das Anfangskapital plus den darauf erzielten Zins bei Anlage in das Festgeld. Aus der Tabelle 6 wird ersichtlich, dass sich die Partizipationsrate gegen Null bewegt, je näher der Floor bei dieser oberen Grenze liegt. Im Extremfall, wenn der Floor die Festgeldrendite vollumfänglich garantiert, besitzt man eine festverzinsliche Anlage ohne Partizipation an Indexsteigerungen.

Volatilität

Ebenfalls von entscheidender Bedeutung für die Bestimmung der Partizipationsrate ist die implizite Volatilität der Calloptionen. Tabelle 6 illustriert den Einfluss der Volatilität. Eine höhere implizite Volatilität erhöht den Preis der Optionen und reduziert somit die Partizipation. Bei vollständiger absoluter Kapitalerhaltung und einem einfachen Zinssatz von 4% und einer Absicherungsdauer von einem Jahr ist beispielsweise die Partizipationsrate bei einer impliziten Volatilität von 10% um einen Faktor von 2.24 grösser als bei einer impliziten Volatilität von 30%.

**Tabelle 6: Partizipationsraten bei konstanter Partizipation:
Einfluss von Zinssatz, Floor und impliziter Volatilität**

Zinssatz	Floor	Implizite Volatilität				
		10%	15%	20%	25%	30%
2%	0.80	0.990	0.910	0.806	0.715	0.642
	0.85	0.953	0.824	0.707	0.617	0.548
	0.90	0.861	0.701	0.584	0.502	0.440
	0.95	0.691	0.532	0.431	0.364	0.315
	1.00	0.392	0.282	0.220	0.181	0.153
4%	0.80	0.997	0.957	0.881	0.802	0.732
	0.85	0.983	0.902	0.805	0.718	0.647
	0.90	0.937	0.814	0.704	0.617	0.548
	0.95	0.832	0.682	0.571	0.491	0.430
	1.00	0.627	0.482	0.389	0.326	0.280
	1.02	0.488	0.362	0.286	0.236	0.200
6%	0.80	0.999	0.976	0.921	0.855	0.790
	0.85	0.993	0.941	0.863	0.785	0.717
	0.90	0.969	0.879	0.782	0.698	0.628
	0.95	0.906	0.779	0.672	0.588	0.521
	1.00	0.771	0.624	0.520	0.444	0.387
	1.02	0.681	0.536	0.438	0.370	0.319
	1.04	0.549	0.416	0.333	0.276	0.235

Bemerkung: Die unterstellten Zinssätze sind einfach. Der Absicherungshorizont ist 1 Jahr.

Zinssatz

Der Festgeldzinssatz bestimmt, zusammen mit der Höhe des Floors und der Zeit, den Kapitalbetrag, der für Calloptionen zur Verfügung steht. Je höher der Zins ist, desto mehr Kapital steht für den Kauf der Optionen zur Verfügung. Andererseits sind die Calloptionen teurer bei höheren Zinsen. Der Zinseffekt auf dem Festgeldteil überwiegt, deshalb steigt generell die Partizipation bei höheren Zinssätzen. Auch dieser Effekt geht aus Tabelle 6 hervor. Tiefzinsphasen gehen somit mit tiefen Partizipationsraten einher.

Zeithorizont

Der Zeithorizont ist ebenfalls ein entscheidender Bestimmungsfaktor für die Partizipationsrate. Beispiele sind in Tabelle 7 dargestellt.

Es ist zu beachten, dass die Renditedefinition, auf welcher Gleichung (10) beruht, eine nicht zinseszinslich definierte Rendite für die Indexrendite unterstellt. Gleichung (10) drückt also strenggenommen nicht die Renditepartizipation, sondern die Gewinnpartizipation aus. Eine zinseszinslich definierte Partizipationsrate wäre möglich und würde zu leicht veränderten Partizipationsraten führen. Das folgende Beispiel illustriert den Unterschied. Angenommen, der Basiswert nehme innert 3 Jahren um 100% und die gesicherte Position um 50% zu. Dies entspricht einer Gewinnpartizipationsrate von 50%. Die Rendite auf dem Basiswert ist 26% und auf der versicherten Position 14.5%, jeweils jährlich verzinst. Die Renditepartizipation ist demzufolge 56%. Dieses Beispiel verdeutlicht, dass Partizipationsraten je nach Definition der «Rendite» unterschiedlich ausfallen können.

Eine Veränderung des Zeitintervalls $T-t$ kann die Partizipationsrate deutlich verändern. Es gilt dabei zwei gegensätzliche Effekte zu betrachten. Einerseits vergrössert ein längerer Zeithorizont das für die Calloptionen zur Verfügung stehende Kapital, andererseits muss für länger laufende Optionen mehr ausgelegt werden. Welcher dieser Effekte überwiegt, hängt wiederum von den anderen Faktoren ab, die den Optionspreis mitbestimmen. Es kann gezeigt werden, dass nach einem bestimmten Zeitpunkt der Preiseffekt auf die Option unterliegt und somit die Partizipationsrate ansteigt. Im Extremfall, d.h. bei unendlich langer Laufzeit, liegt die Partizipationsrate immer bei 1.

Der Wendepunkt wird stark von der Höhe des Floors beeinflusst. Wie in Tabelle 7 und Abbildung 5 gesehen werden kann, bewirkt ein höherer Floor einen Wendepunkt näher beim Zeitpunkt null. Bei einer Floorhöhe von 100% (Kapitalerhaltung) und darüber ist der Wendepunkt bei null, d.h. die Partizipationsrate ist immer ansteigend mit längerem Zeithorizont.

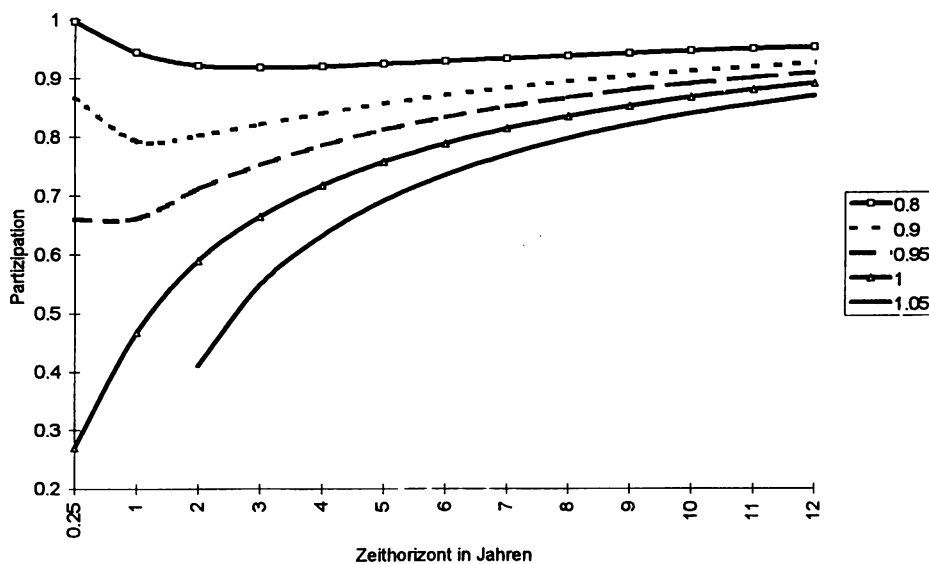
Bei sehr kurzen Laufzeiten und Absicherungshöhen unter 100% können oft Partizipationsraten nahe bei 1 erzielt werden. Sehr kurzlaufende Optionen haben einen geringen Zeitwert und entsprechend kann eine grosse Anzahl davon gekauft werden, wenn der Floor unter 100% liegt. Beispielsweise kann bei einem dreimonatigen Absicherungshorizont und einem Floor von 80% eine Partizipation von 99.6% erreicht werden (bei einem Zinssatz von 4% und einer impliziten Volatilität von 16%). Der Grund für die hohe Partizipation liegt im geringen Absicherungseffekt eines tiefen Floors bei kurzer Laufzeit.

Tabelle 7:
Partizipationsraten bei unterschiedlichem Absicherungszeithorizont (bei konstanter Partizipation)

Floor	Absicherungszeithorizont						
	0.5	1	2	3	4	5	10
0.80	0.976	0.944	0.922	0.919	0.921	0.925	0.949
0.85	0.922	0.885	0.872	0.877	0.886	0.895	0.933
0.90	0.816	0.794	0.803	0.823	0.841	0.858	0.915
0.95	0.644	0.662	0.712	0.753	0.786	0.813	0.893
1.00	0.358	0.466	0.590	0.665	0.718	0.758	0.869
1.05			0.410	0.549	0.633	0.691	0.841
1.10				0.374	0.520	0.609	0.809

Bemerkung: Es ist eine konstante implizite Volatilität von 16% und ein stetiger Zinssatz von 4% unterstellt.

Abbildung 5: Partizipationsraten für verschiedene Floors in Abhängigkeit des Zeithorizontes



Dividenden

Dividendenausschüttungen auf den dem Portfolio zugrundeliegenden Werten können die Partizipationsrate beträchtlich beeinflussen. Dies ist besonders deshalb von grosser praktischer Bedeutung, weil unterschiedliche Aktienindizes Dividendenzahlungen in unterschiedlicher Weise berücksichtigen. Es wird unterschieden zwischen Preis- und Performanceindizes. Bei Preisindizes werden Dividendenausschüttungen nicht miteinbezogen, während bei Performanceindizes, auch Total Return Indizes genannt, Ausschüttungen reinvestiert werden. Ist der Basiswert der Optionen ein Performanceindex, dann brauchen Dividendenzahlungen nicht gesondert berücksichtigt zu werden, da sie in den Indexstand einfließen.

Lauten die Optionen hingegen auf einen Preisindex oder Einzeltitel und sind nicht dividendengeschützt, dann reduzieren erwartete Dividendenzahlungen den Preis einer Calloption. Höhere erwartete Dividenden erlauben so den Kauf von mehr Calloptionen und erhöhen deshalb die Partizipationsrate. Tabelle 8 zeigt, dass dieser Effekt insbesondere bei langen Laufzeiten und hohen Dividendenrenditen die Partizipationsrate stark erhöht.

Tabelle 8: Partizipationsraten bei verschiedenen Dividendenrenditen (konstante Partizipation)

Dividenden- rendite	Absicherungshorizont in Jahren					
	1	2	3	4	5	10
0%	0.488	0.613	0.689	0.741	0.780	0.886
1%	0.529	0.686	0.788	0.865	0.927	1.126
2%	0.575	0.770	0.909	1.019	1.113	1.460
3%	0.626	0.869	1.055	1.212	1.352	1.935
4%	0.683	0.986	1.234	1.455	1.662	2.623

Bemerkung: Die Partizipationsraten wurden berechnet für folgende Parameterwerte: Floor 100% (Kapitalerhaltung), implizite Volatilität 15%, stetiger Zinssatz 4%. Die Dividendenrendite ist stetig.

In Tabelle 8 fällt auf, dass sogar Partizipationsraten von grösser als 1 erreicht werden können. Der Effekt beruht darin, dass in diesem Fall die Partizipationsrate nicht die Beteiligung an der totalen Performance des zugrundeliegenden Portfolios, sondern an der Änderung des Indexstandes widerspiegelt, und dass der Indexstand die angefallenen Dividenden nicht berücksichtigt. Dieser Unterschied führt bei langen Laufzeiten und hohen erwarteten Dividenden zu Partizipationsraten weit über 1.

Da der Dividendeneffekt auf die Partizipationsrate ausser bei sehr kurzen Laufzeiten und geringen erwarteten Dividenden nicht vernachlässigbar ist, können Partizipationsraten auf Preis- und Performanceindizes in der Regel nicht direkt verglichen werden. Je nach Dividendenrendite des Vergleichsindex weisen Absicherungsprodukte mit einem Preisindex als Beziehungsgrösse eine optisch deutlich höhere Partizipationsrate aus. Nur Partizipationsraten, die sich auf einen Performanceindex beziehen, sind aber direkt ökonomisch interpretierbar.

6. ÜBERROLLENDE ABSICHERUNGSSTRATEGIEN

Eine Absicherungsstrategie mit konstanter Indexpartizipation kann bei gegebenem Absicherungshorizont auf verschiedene Arten implementiert werden. Die Absicherung kann einmalig über den ganzen Zeitraum erfolgen oder mehrmals über kürzere Zeitperioden, wobei die Absicherung jeweils erneuert wird, sobald eine Periode zu Ende ist. Eine überrollende Strategie bewirkt, dass jeweils per Periodenende der Floor nicht unterschritten wird. Die Absicherung über den ganzen Zeitraum hingegen sichert den Floor nur per Ende dieses Zeithorizontes. Dazwischen sind Portfoliowerte unter der Floorhöhe möglich. Tabelle 7 zeigt, dass die Partizipationsrate für verschiedene Absicherungshorizonte unterschiedlich ausfällt. Entsprechend erzielen überrollende und einfache Strategien in der Regel nicht dieselben Endresultate. In den folgenden Abschnitten vergleichen wir überrollende und einfache Absicherungsstrategien für eine kapitalerhaltende Absicherung mit konstanter Indexpartizipation.

Der Implementierung der Absicherungsstrategie kommt in der Praxis entscheidende Bedeutung zu. Eine Absicherungsstrategie mit mehrjährigem Zeithorizont muss nicht notwendigerweise mit mehrjährigen Optionen hergestellt werden, sondern sie kann aus mehreren Absicherungsstrategien zusammengesetzt werden, die mit entsprechend kürzerfristigen Optionen gebildet wird. Finanzinstitutionen, die mehrjährige Absicherungsprodukte anbieten, wählen oft diesen Weg.

Bei überrollenden Strategien gilt es, einige Unsicherheitsfaktoren zu berücksichtigen. Aus der Tabelle 6 war ersichtlich, dass Zinssatz und implizite Volatilität die Partizipationsraten stark beeinflussen. Insofern ist die Implementierung einer langfristigen Absicherungsstrategie mittels überrollender kurzfristiger Absicherung mit einem beträchtlichen Zins- und Volatilitätsrisiko behaftet. Tiefere Zinsen und höhere implizite Volatilität zum Zeitpunkt des Überrollens verkleinern die Partizipationsrate im Vergleich zur einfachen Strategie. Während Zinsrisiken relativ einfach am Markt abgesichert werden können, sind Volatilitätsrisiken heute noch schwieriger abzusichern. Die zunehmende Verbreitung von Derivaten auf Volatilitätsindizes trägt aber zu einer leichteren Absicherbarkeit von solchen Risiken bei.

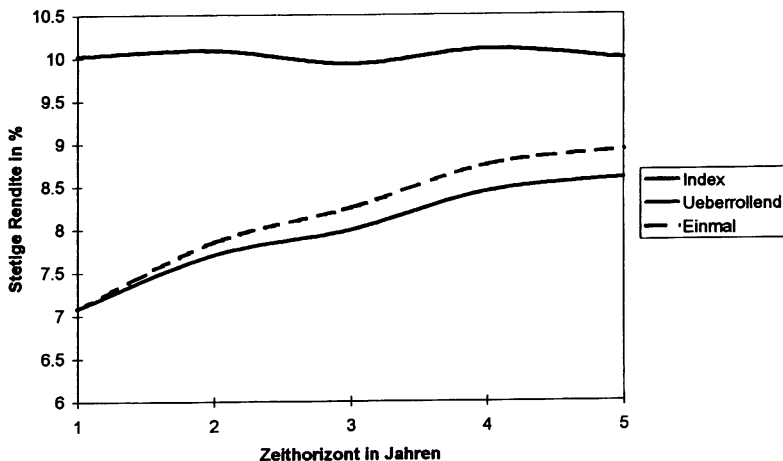
Aber auch unter der Annahme, dass Volatilitäts- und Zinsrisiken abgesichert werden können, sind einfache und überrollende Absicherungsstrategien nicht äquivalent. Die

grundlegenden Unterschiede zwischen überrollender und Einfachabsicherung werden in den folgenden Abschnitten aufgezeigt.

Abbildung 6 vergleicht die erwarteten stetigen Renditen eines kapitalerhaltend (Floor = 100%) abgesicherten Portfolios mit konstanter Indexpartizipation für einfache und jährlich überrollende Strategien. Die erwartete Rendite für die überrollende Absicherung bezieht sich jeweils auf den Gesamtzeithorizont mit jährlichem Überrollen der Absicherung. Es wird dabei eine erwartete stetige Indexrendite von 10% angenommen. Der stetige Zinssatz und die Volatilität werden ebenfalls als im Zeitablauf konstant angenommen, mit Werten von 5% respektive 15%. Die eingezeichneten erwarteten Renditen basieren auf Monte-Carlo-Simulationen mit jeweils 10000 Simulationsläufen. Die erwartete Indexrendite, die aufgrund der Simulation berechnet wird, veranschaulicht die Genauigkeit der Simulation. Die Simulation wurde jeweils für ganzzahlige Jahreswerte durchgeführt. Der Anschaulichkeit halber wurden nichtganzzahlige Zwischenwerte in der Graphik durch Interpolation zwischen den simulierten Werten bestimmt.

Die Abbildung zeigt, dass kurze Absicherungshorizonte die erwartete Rendite deutlich reduzieren. So ist z.B. die erwartete Rendite für einen Absicherungshorizont von einem Jahr nur 7%, für 5 Jahre hingegen etwa 9%, verglichen mit einer Indexrendite von ungefähr 10%. Dieses Resultat gründet auf der Tatsache, dass für kapitalerhaltende Absicherungen die Partizipationsrate für längere Zeithorizonte steigt. Tabelle 7 zeigt, dass dies nicht immer der Fall ist, sondern dass die Partizipationsrate je nach der Höhe des Floors zuerst fallen kann und erst ab einem gewissen Zeitpunkt wieder steigt. In einem solchen Fall hätte der längere Absicherungshorizont keine erhöhte erwartete Rendite gebracht.

Abbildung 6: Erwartete Renditen für verschiedene Absicherungshorizonte

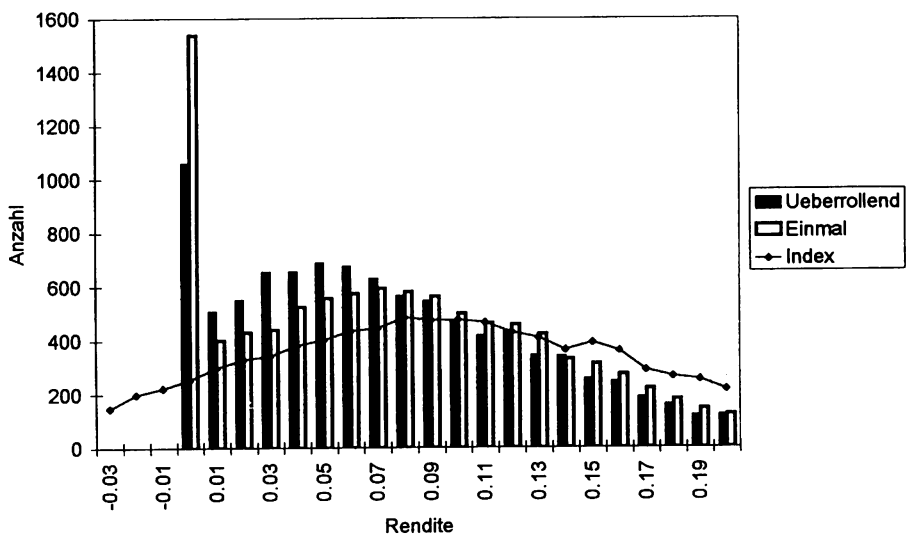


Bemerkung: Den Simulationen liegen folgende Parameter zugrunde: Stetiger Zinssatz 5%, implizite Volatilität 15%, Floor 100%, 10 000 Simulationsläufe

Abbildung 6 veranschaulicht insbesondere auch, dass überrollende Absicherungen zu einer Reduktion der erwarteten Rendite führen, wenn, wie oben erwähnt, die Partizipation mit längerem Absicherungshorizont steigt und die Durchschnittsrendite positiv ist. Die erwartete Rendite der überrollenden Strategie steigt zwar auch mit längerem Gesamthorizont, aber die Rendite bleibt unter der Rendite für die Einmalabsicherung. Der Unterschied wird bei einem gegebenen Gesamtab sicherungshorizont umso grösser, je öfter überrollt wird. Dieses Resultat bedeutet, dass mit einer überrollenden Absicherung nicht dieselbe Partizipation erreicht werden kann wie mit einer Einmalabsicherung, vorausgesetzt die durchschnittliche Indexrendite liegt über null.

Überrollende und einmalige Absicherung haben nicht nur unterschiedliche erwartete Renditen, sondern weisen auch grundsätzlich andere Renditeverteilungen auf. Abbildung 7 vergleicht die Renditeverteilungen von Index, Einmalabsicherung und jährlich überrollender Absicherung. Die Absicherungsstrategien garantieren einen Floor von 100%. Wie in der Abbildung 6 ist die erwartete Indexrendite 10%, der stetige Zinssatz 5% und die implizite Volatilität 15%. Die Verteilung basiert auf einer Simulation mit 10 000 Simulationsläufen.

Abbildung 7:
Ausschnitt aus einer simulierten Renditeverteilung für einmalige und überrollende Absicherungen



Bemerkung: Den Simulationen liegen folgende Parameter zugrunde: Stetiger Zinssatz 5%, Erwartete stetige Indexrendite 10%, implizite Volatilität 15%, Floor 100%, Zeit-horizont 3 Jahre, 10000 Simulationsläufe

Die Renditen beider Absicherungsstrategien unterschreiten den Wert von null nicht, d.h. die Absicherungen haben einen Floor von 100%. Beide Strategien reduzieren die Varianz verglichen mit dem reinen Indexportfolio. Die Absicherung wird bezahlt mit erhöhter Wahrscheinlichkeit unterdurchschnittlicher, aber über dem Floor liegenden Renditen und tieferer Wahrscheinlichkeit überdurchschnittlicher Renditen verglichen mit dem Index.

Die Renditen der überrollenden Absicherung sind stärker rechtsschief verteilt und haben eine kleinere Varianz als diejenigen der Einmalabsicherung. Die Wahrscheinlichkeit, eine Rendite von 0% (Floor) zu erzielen, ist bei der Einmalabsicherung grösser als bei überrollender Absicherung. Andererseits ist auch die Wahrscheinlichkeit, überdurchschnittliche Renditen zu erzielen, grösser. Unterdurchschnittliche, aber über der Floorrendite liegende Renditen sind bei überrollender Absicherung häufiger als bei Einmalabsicherung.

Tabelle 9: Momente der simulierten Verteilungen aus Abbildung 7

	Ungesichert	Einmal	Überrollend
Erwartete Rendite	0.098	0.082	0.079
Standardabweichung	0.149	0.107	0.103
Schiefe	0.004	0.667	0.849

Bemerkung: Die theoretischen Momente der ungesicherten Position sind 0.1, 0.15 und 0.00.

In Tabelle 9 sind die Momente der drei Verteilungen aus Abbildung 7 dargestellt. Sie bestätigen die Beobachtungen in der Abbildung 7. Das Überrollen von Absicherungsstrategien führt zu einer ausgeprägteren Schiefe der Renditeverteilung bei einer kleineren Standardabweichung und einer kleineren erwarteten Rendite. Die Momente der ungesicherten Position illustrieren die Grösse des Simulationsfehlers bedingt durch die beschränkte Anzahl von Simulationsläufen.

7. ZUSAMMENFASSUNG

Wir analysierten die Absicherung von Portfolios mittels einer Kombination aus Festgeld und Calloptionen. Diese Absicherung erlaubt im Gegensatz zur Portfolio Insurance mit Putoptionen, den Ausübungspreis beliebig festzulegen – ohne Auswirkung auf das Absicherungs-niveau (Floor). Die Wahl des Ausübungspreises bestimmt die Struktur der Gewinnpartizipation. Es wird dargestellt, dass es möglich ist, den Ausübungspreis so zu wählen, dass eine konstante Partizipation an den Indexveränderungen resultiert. Produk-

te mit konstanter Gewinnpartizipation erfreuen sich zunehmender Beliebtheit. Es wird gezeigt, wie der Ausübungspreis berechnet wird, damit eine konstante Gewinnpartizipation resultiert, welche Partizipationsraten dabei erreicht werden können und wie die Partizipationsrate von den Inputparametern des verwendeten Bewertungsmodells abhängt. Im weiteren wurden Unterschiede zwischen überrollenden Absicherungsstrategien und Einmalabsicherungen analysiert.

LITERATUR

- BASAK, S. (1995), «A general equilibrium model of portfolio insurance», *Review of Financial Studies* 8, pp. 1059–1090.
- BEER, U. (1994), «Aktienanlagen ohne Verluste? Eine historische Simulation», *Finanzmarkt und Portfolio Management* 8(1), pp. 106–114.
- BLACK, F. und A. PEROLD (1992), «Theory of constant proportion portfolio insurance», *Journal of Economic Dynamics and Control* 16, pp. 403–426.
- BLACK, F. und M. SCHOLES (1973), «The valuation of options and corporate liabilities», *Journal of Political Economy* 81, pp. 637–654.
- BRENNAN, M.J., und E.S. SCHWARTZ (1989), «Portfolio insurance and financial market equilibrium», *Journal of Business* 62, pp. 455–472.
- CAVALERI, O., und R. PLANTA (1992), «GROI, CLOU und IGLU: Strukturierte Produkte oder Zauberei?», *Finanzmarkt und Portfolio Management* 6(1), pp. 118–126.
- GROSSMAN, S.J., und Z. ZHOU (1996), «Equilibrium analysis of portfolio insurance», *Journal of Finance* 51(4), pp. 1379–1403.
- KRITZMAN, M. (1990), «Portfolio insurance», Kapitel 11 in: St. Figlewski/ W. Silber/ M. Subrahmanyam (Hrsg.): «Financial options. From theory to practice», *Irwin*.
- LELAND, H. (1980), «Who Should Buy Portfolio Insurance?», *Journal of Finance* 35(2), pp. 581–594.
- RUBINSTEIN, M. (1985), «Alternative paths to portfolio insurance», *Financial Analysts Journal*, Juli/Aug., pp. 42–52.
- SCHWARTZ, E. S. (1986), «Portfolio Insurance», *Finanzmarkt und Portfolio Management* 1(1), pp. 9–17.
- TIAN, Y. (1996), «A Reexamination of Portfolio Insurance: The Use of Index Put Options», *Journal of Futures Markets* 16(2), pp. 163–188.
- WASSERFALLEN, W. and C. SCHENK (1996), «Portfolio insurance for the small investor in Switzerland», *Journal of Derivatives* 3(3), pp. 37–43.
- ZIMMERMANN, H. (1996a), «Das Management von Aktienkursrisiken mit Derivaten», in: Risikosteuerung von Derivaten (Hrsg. J. Krumnov), *Gabler*.
- ZIMMERMANN, H. (1996b), «Constant Return Participating (CRP) Portfolio Insurance Strategies», *Journal of Derivatives* 4(2), pp. 80–88.

ZUSAMMENFASSUNG

Asymmetrische Portfolioabsicherungen erfreuen sich zunehmender Beliebtheit in der Praxis. Festgeld/Call-Kombinationen erlauben bei exogenem Absicherungsniveau flexible Partizipationsmöglichkeiten als die traditionelle Portfolioabsicherung mit Put-Optionen (portfolio insurance). In diesem Artikel untersuchen wir Absicherungsstrategien, die sich aus Festgeld und Calloptionspositionen zusammensetzen und deren Partizipation an der Indexentwicklung bei gegebenem Absicherungsniveau unabhängig von der Indexrendite ist (konstante Partizipationsrate). Es wird gezeigt, wie der Ausübungspreis der Calloption gewählt werden muss, um eine konstante Partizipationsrate zu erreichen. Ferner werden in einer Sensitivitätsanalyse die Veränderung der erreichbaren Partizipationsrate aufgrund von Parameteränderungen untersucht und abschliessend überrollende Absicherungsstrategien mit Einmalabsicherungen verglichen.

SUMMARY

Asymmetric portfolio insurance strategies have become increasingly popular in practice. We show that a combination of investments in bonds and call options allows for more flexible strategies than the traditional portfolio insurance based on investments in put options and their underlying security. In this article we focus on strategies which, for an exogenously given floor level, guarantee investors a constant rate of participation in price changes of the underlying security – i.e., the rate of participation of the insurance strategy in the return on the underlying security is independent of the actual return on the underlying. We show how to compute the strike price of the call option such that a constant target participation rate is obtained. Furthermore, in a sensitivity analysis, we investigate attainable constant participation rates for various parameter scenarios. Finally, we compare insurance strategies which involve rolling over option positions with simple static strategies.

RESUME

Les assurances de portefeuille asymétriques sont de plus en plus répandues dans la pratique. Les combinaisons de placements à terme et d'options call offrent, pour un niveau d'assurance exogène, des possibilités de participation plus flexibles que l'assurance de portefeuille traditionnelle par des options put (portfolio insurance). Dans cet article, nous examinons des stratégies d'assurance composées de placements à terme et de positions dans des options call, et dont la participation au développement de l'indice est, pour un niveau d'assurance donné, indépendante du rendement de l'indice (taux de participation constant). Il est démontré comment le prix d'exercice de l'option call doit être choisi afin d'atteindre un taux de participation constant. En outre, une analyse de sensibilité exami-

ne les changements du taux de participation réalisable en fonction de paramètres changeants. Finalement, les stratégies d'assurance renouvelable sont comparées à des stratégies d'assurance unique.